

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский
регион*

ЕСТЕСТВЕННЫЕ

НАУКИ

2018

3

Журнал основан в 1972 г. Ю.А. Ждановым

Главная редакция:

В.И. Колесников (главный редактор)
В.Е. Закруткин, В.С. Золотарев, А.В. Павленко (заместители главного редактора),
Е.А. Шинкаренко (отв. секретарь)

Редакционная коллегия:

В.И. Колесников – главный редактор, академик РАН, доктор техн. наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия
В.Е. Закруткин – председатель редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Бабешко – академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, Кубанский государственный университет, Россия
Б.С. Карамурзов – доктор техн. наук, профессор, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Россия
Ю.Ф. Коробейник – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Г. Кусраев – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный математический институт ВШЭ РАН, Россия
Г.Г. Матишов – академик РАН, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный научный центр РАН, Россия
В.И. Минкин – академик РАН, доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.Х. Рабаданов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Дагестанский государственный университет, Россия
Э.З. Эмирбеков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.Н. Труфанов – зам. председателя редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Абанин – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
О.С. Безуглова – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Н.И. Бойко – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Бочкарев – доктор геол.-мин. наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Россия
В.В. Внуков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Л.С. Ворович – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
О.Н. Демина – доктор биол. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
А.Г. Захаров – доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Я.М. Ерусалимский – зам. председателя редколлегии, кандидат физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.И. Карякин – доктор физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
С.Б. Климентов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.И. Колесников – кандидат геогр. наук, доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Куповых – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.В. Курбатов – доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.М. Лерер – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Миноранский – доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.В. Онищенко – доктор геогр. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
О.В. Назаренко – кандидат геогр. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Пироговская – доктор с.-х. наук, профессор, Институт почвоведения и агрохимии НАН РБ, Белоруссия
В.С. Рабинович – доктор физ.-мат. наук, профессор, Национальный политехнический институт, Мексика
А.К. Сагателян – доктор геол.-мин. наук, Центр эколого-ноосферных исследований НАН РА, Армения
Э.С. Сианисян – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Ю.А. Устинов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
П. Фаттал – доктор наук, профессор, Университет Нанта, Франция
Ю.А. Федоров – доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Д. Хованский – кандидат геол.-мин. наук, доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.П. Чернышева – кандидат физ.-мат. наук, доцент Южный федеральный университет, Россия

Учредители:

Министерство образования и науки Российской Федерации, Дагестанский государственный технический университет, Дагестанский государственный университет, Донской государственный технический университет, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Кубанский государственный технологический университет, Кубанский государственный университет, Пятигорский государственный университет, Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростовский государственный экономический университет, Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова, Северо-Кавказский федеральный университет, Южно-Российский государственный политехнический университет им. М.И. Платова, Южно-Российский институт управления РАНХ и ГС при Президенте РФ, Южный федеральный университет

Над номером работали: Л.С. Ворович, В.И. Литвиненко, О.В. Назаренко, Н.Г. Шатравкина, М.С. Шипитко

Подписано в печать 24.09.2018. Выход в свет 26.09.2018. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.
Шрифт Times. Усл. печ. л. 15,34. Уч.-изд. л. 16,50. Тираж 250 экз. Заказ № 6608

Адрес редакции и издателя (для переписки): 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42,
ЮФУ, журнал «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион», e-mail: izvestiya@sfnu.ru
Адрес в Интернете: www.izvestiya.sfnu.ru

Адрес редколлегии серии «Естественные науки»: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110,
тел.: +7 (863) 218-40-00 доб. 11-093; доб. 11-094.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 1, к. 104, тел. +7 (863) 247-80-51.

Journal was founded in 1972 by Yu.A. Zhdanov

Main Edition:

V.I. Kolesnikov (Editor-in-Chief)
V.E. Zakrutkin, V.S. Zolotarev, A.V. Pavlenko (Deputy Editor-in-Chief),
E.A. Shinkarenko (Assistant Editor)

Editorial Board:

V.I. Kolesnikov - Editor-in-Chief, Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Rostov State Transport University, Russia
V.E. Zakrutkin - Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Babeshko - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kuban State University, Russia
B.S. Karamurзов - Doctor of Technical Sciences, Professor, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Russia
Yu.F. Korobeinik - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
A.G. Kusraev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Mathematical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
G.G. Matishov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
V.I. Minkin - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
M.H. Rabadanov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dagestan State University, Russia
E.Z. Emirbekov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
V.N. Trufanov - Deputy Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
O.S. Bezuglova - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
N.I. Boiko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Bochkarev - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Russia
V.V. Vnukov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
L.S. Vorovich - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
O.N. Dyomina - Doctor of Biology, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
A.G. Zakharov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
Ya.M. Erusalimsky - Deputy Chair of the Editorial Board, Candidate of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
M.I. Karjakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
S.B. Klimentov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.I. Kolesnikov - Candidate of Geography, Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.V. Kurbatov - Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
A.M. Lerer - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
V.V. Onishchenko - Doctor of Geography, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
O.V. Nazarenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Pirogovskaya - Doctor of Agricultural Science, Professor, Institute of Soil Science and Agrochemistry, National Academy of Sciences of Belarus, Belarus
V.S. Rabinovich - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, National Polytechnic Institute, Mexico
A.K. Saghatelian - Doctor of Geology and Mineralogy, Center for Ecological and Noospheric Studies, National Academy of Sciences of Armenia, Armenia
E.S. Sianisyan - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
Yu.A. Ustinov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
P. Fattal - PhD, Professor, University of Nantes, France
Yu.A. Fedorov - Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
A.D. Khovanskiy - Candidate of Geology and Mineralogy, Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
S.P. Chernysheva - Candidate of Physics and Mathematics, Southern Federal University, Russia

The Founders

Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Dagestan State Technical University, Dagestan State University, Don State Technical University, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Kuban State University, Kuban State Technological University, Pyatigorsk State University, Rostov State Transport University, Rostov State University of Economics, Khetagurov North Ossetian State University, North Caucasus Federal University, Platov South Russian State Technical University, South Russian Institute of Management, Russian Academy of National Economy and Public Administration of the President of the Russian Federation, Southern Federal University

Magazine released L.S. Vorovich, V.I. Litvinenko, O.V. Nazarenko, N.G. Shatravkina, M.S. Shipitko

Signed print 24.09.2018. The publication 26.09.2018. Format 60×84 1/8. Offset paper. Font Times.
Conv. print. sheets 15,34. Publ. sign. 16,50. Edition 250 copies. Order number 6608.

Address of Editorial Board and the publisher (for correspondence): 344006, Rostov-on-Don, Bolshaya Sadovaya St., 105/42,
SFU, journal "Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Severo-Kavkazskii region", e-mail: izvestiya@sfedu.ru
Web Address: www.izvestiya.sfedu.ru

Address of Editorial Board of the series "Natural Science": 344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 2, room 110,
phone +7 (863) 218-40-00 ext. 11-093; ext. 11-094.

Printed in the printing department, and corporate souvenirs,
Publishing and printing complex KIBI MEDIA CENTER, SFU,
344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 1, room 104, phone (863) 247-80-51

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН

IZVESTIYA VUZOV. SEVERO-KAVKAZSKII REGION

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3

Регистрационный номер 011019
Комитета Российской Федерации по печати
Научно-образовательный и прикладной журнал
Издается с 1973 г.
Периодичность серии 4 номера в год
№ 3 (199) 2018 г.

Reg. No. 011019
Of the Committee of the Press of the Russian Federation
Scientifically educational and applied magazine
Was founded in 1973.
Period is 4 numbers per a year
No. 3 (199) 2018.

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

NATURAL SCIENCE

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Абанин А.В., Кораблина Ю.В. К вопросу об аппроксимации выпуклых функций	4
Ватulyan А.О., Паринова Л.И. Об исследовании дисперсионных свойств топографических волноводов	10
Веденев К.В., Деундяк В.М. Решётки подгрупп и кодов на диэдральной группе	18
Нигмедзянова А.М., Чеботарева Э.В. Решение краевых задач для одного многомерного сингулярного вырождающегося В-эллиптического уравнения	24
Полякова Д.А. Быстроубывающие ультрадифференцируемые функции	34
Ремизов М.Ю. Свойства акустического фильтра в периодической системе плоских дефектов	39
Снопов А.И., Гетманский М.С. Установление размеров облаков взрыва Челябинского метеороида	46
Хакимов Р.И., Снопов А.И. Моделирование и исследование течения газа в микроканалах, образованных тремя цилиндрами одинакового радиуса	51

Abanin A.V., Korablina Yu.V. On Approximation of Convex Functions	4
Vatulyan A.O., Parinova L.I. On the Investigation of Dispersion Properties of Topographic Waveguides	10
Vedenov K.V., Deundyak V.M. The Lattices of Subgroups and Codes for Dihedral Group	18
Nigmedzyanova A.M., Chebotareva E.V. The Solution of Boundary Value Problems for a Multidimensional Singular Degenerate B-Elliptic Equation	24
Polyakova D.A. Rapidly Decreasing Ultradifferentiable Functions	34
Remizov M.Yu. Properties of the Acoustic Filter in the Periodic System of Planar Defects	39
Snopov A.I., Getmansky M.S. Size Determination of the Chelyabinsk Meteoroid Explosion Clouds	46
Khakimov R.I., Snopov A.I. Modeling and Investigation of Gas Flow in Microchannels Formed by Three Cylinders of the Same Radius	51

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

SCIENCE OF EARTH

Аджиев А.Х., Кулиев Д.Д., Аджиева А.А., Куповых Г.В., Тумгоева Х.А. Определение параметров молниевых разрядов с использованием грозорегистратора LS8000	55
Бакшаев С.И., Аджиев А.Х., Куповых Г.В. Особенности организации и проведения натурных климатических испытаний объектов техники и материалов в условиях высокогорья	63
Беспалова Л.А., Скрипка Г.И., Ивлиева О.В., Швеи Д.С. Оценка антропогенной нагрузки на водоохранную зону Цимлянского водохранилища	69

Adzhiev A.H., Kuliev D.D., Adzhieva A.A., Kupovykh G.V., Tumgoeva H.A. Definition of Lightning Parametres with the Use of Thunderstorm Registry LS8000	55
Bakshaev S.I., Adzhiev A.H., Kupovykh G.V. Peculiarities of Organizing and Conducting Full-Scale Climatic Testing of Equipment and Materials in High Altitude Conditions	63
Bespalova L.A., Skripka G.I., Ivlieva O.V., Shvets D.S. Assessment of Anthropogenic Load on the Water Protected Zone of Tsimlyansk Reservoir	69

<i>Джалалова М.И., Гасанова З.У.</i> Сезонная динамика растительности Западного Прикаспия (на примере Терско-Сулакской низменности)	76	<i>Dzhalalova M.I., Gasanova Z.U.</i> Seasonal Dynamics of Vegetation of the Western Caspian Region (on the Example of Terek-Sulak Lowland)	76
<i>Клово А.Г., Куповых Г.В., Тимошенко Д.В., Свидельский С.С.</i> Моделирование структуры турбулентного электродного слоя в условиях аэрозольного загрязнения приземной атмосферы.....	82	<i>Klovo A.G., Kupovykh G.V., Timoshenko D.V., Svidelsky S.S.</i> Modeling of the Structure of the Turbulent Electrode Layer under the Conditions of Aerosol Pollution of the Surface Atmosphere.....	82
<i>Косенко Ю.В., Баскакова Т.Е., Барабашин Т.О., Сафронова Л.М.</i> Фотосинтетические пигменты в фитопланктоне Азовского моря.....	88	<i>Kosenko Yu.V., Baskakova T.E., Barabashin T.O., Safronova L.M.</i> The Photosynthetic Pigments in the Phytoplankton of the Azov Sea.....	88
<i>Красноярцева Б.А., Платонова С.Г., Скрипко В.В., Шарабарина С.Н., Чернова Е.О.</i> Пространственная организация и конфликты развития природно-хозяйственных систем Западной Сибири.....	98	<i>Krasnoyarova B.A., Platonova S.G., Skripko V.V., Sharabarina S.N., Chernova E.O.</i> Spatial Organization and Conflicts of Natural-Economic Systems Development in Western Siberia	98
<i>Ткаченко О.В., Поважный В.В., Герасюк В.С.</i> Связь сезонной динамики биогенного стока р. Дон с концентрацией окрашенного растворенного вещества	107	<i>Tkachenko O.V., Povazhny V.V., Gerasyuk V.S.</i> Relationship Between the Seasonal Dynamics of the Don River Nutrients Runoff and the Concentration of the Colored Solute.....	107
<i>Хардигов А.Э., Эльшахат О.Р.</i> Литогенез палеоценово-эоценовых толщ Синайского полуострова (Египет)..	112	<i>Khardikov A.E., El-Shahat O.R.</i> Lithogenesis of the Paleocene-eocene Sequence in Southern Sinai, Egypt...	112

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Миноранский В.А., Даньков В.И., Иванченко В.Н., Малиновская Ю.В.</i> Повышение ресурсного потенциала хозяйства путем интенсификации охотхозяйственных и биотехнических мероприятий в Кундрюченском охотхозяйстве Ростовской области.....	120	<i>Minoranskiy V.A., Dankov V.I., Ivanchenko V.N., Malinovskaya Yu.V.</i> Increase of Resources by Intensification of Hunting and Biotechnical Activities in the Kundryuchiya Hunting Farm of the Rostov Region	120
---	-----	---	-----

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

<i>Паринов И.А.</i> Международная конференция PHENMA-2018 (Пусан, Южная Корея, 9–11 августа 2018 г.)	126	<i>Parinov I.A.</i> International Conference PHENMA-2018 (Busan, Republic of Korea, August 9-11, 2018)...	126
--	-----	---	-----

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

<i>Ватulyan А.О., Карякин М.И.</i> Леонид Михайлович Зубов (75 лет со дня рождения)	128	<i>Vatulyan A.O., Karyakin M.I.</i> Leonid Mikhailovich Zubov (To the 75th Anniversary).....	128
---	-----	--	-----

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

<i>Ватulyan А.О., Радаев Ю.Н., Карякин М.И., Наседкин А.В., Сумбатян М.А.</i> А.В. Манжиров (1957–2018)	130	<i>Vatulyan A.O., Radaev Yu.N., Karyakin M.I., Nasedkin A.V., Sumbatyan M.A.</i> A.V. Manzhirov (1957–2018)	130
---	-----	---	-----

BIOLOGICAL SCIENCES

SCIENTIFIC LIFE

OUR PERSONS

MEMORY OF A SCIENTIST

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 517.5

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-4-9

К ВОПРОСУ ОБ АППРОКСИМАЦИИ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

© 2018 г. А.В. Абанин¹, Ю.В. Кораблина¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

ON APPROXIMATION OF CONVEX FUNCTIONS

A.V. Abanin¹, Yu.V. Korablina¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

Абанин Александр Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия; заведующий отделом математического анализа, Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, РСО-Алания, 362027, Россия, e-mail: avabanin@sfedu.ru

Alexander V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Mathematical Analysis Department, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Head of the Mathematical Analysis Department, Southern Mathematical Institute - Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Marcusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia - Alania, 362027, Russia, e-mail: avabanin@sfedu.ru

Кораблина Юлия Викторовна – студент, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: russia.210150@mail.ru

Yulia V. Korablina - Student, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: russia.210150@mail.ru

В теории роста голоморфных функций и ее приложениях важную роль играют аппроксимации выпуклых функций с помощью других выпуклых функций, обладающих дополнительными свойствами. Как правило, используются бесконечно дифференцируемые или даже вещественно-аналитические аппроксимации. Существование таких аппроксимаций исследовалось в работах Г.Г. Брайчева, Д. Азарги, Е. Абакумова и Е. Дубцова. Однако они имеют ограничения на степень приближения и не могут обеспечить высокую асимптотическую близость производных исходной и приближаемой функций. В то же время при изучении классических операторов дифференцирования и интегрирования в весовых пространствах голоморфных функций возникла необходимость в построении подобных аппроксимаций, позволяющих приближать одновременно выпуклую функцию и ее производную с произвольной степенью точности. Ясно, что этого можно добиться только за счет кусочно-линейных аппроксимаций. Ранее Г.Г. Брайчевым был разработан конструктивный метод построения подобных аппроксимаций, обеспечивающий бесконечно малую степень близости функций и их производных. В статье разработана модификация этого метода, позволяющая строить кусочно-линейные аппроксимации для выпуклых функций и их производных на отрицательной вещественной полуоси с произвольной степенью точности. Эти выпуклые функции образуют класс радиальных весов, задающих пространства Бергмана с равномерной нормой голоморфных в единичном круге функций.

Ключевые слова: выпуклые функции, кусочно-линейные аппроксимации.

The approximation of convex functions by some other convex ones with additional properties plays an important role in the theory of growth of holomorphic functions. As a rule, it is used infinitely differentiable or even real-analytic approxima-

tions. The existence of such approximations has been investigated by G. Braichev, D. Azarga, E. Abakumov and E. Doubtsov. However, they have some restrictions on the degree of proximity and cannot guarantee simultaneously the asymptotic proximity of the derivatives of the initial and constructed functions. At the same time, studying classical operators in weighted holomorphic function spaces it is necessary to have an opportunity to approximate simultaneously and with an arbitrary proximity a convex function and its derivative by some convex function and its derivative. It is clear, that it is possible with the help of only piecewise linear approximations. G. Braichev has previously proposed a method to construct those approximations that guarantee infinitesimal proximity of functions and their derivatives. In the paper it is developed a modification of this method which allow us to get desired piecewise linear approximations with an arbitrary degree of the proximity for convex functions and their derivatives on the negative real semiaxis. These convex functions form the class of radial weights defining Bergman spaces of holomorphic functions in the unit disc with sup-norms.

Keywords: convex functions, piecewise linear approximation.

Введение

Как известно [1], в теории весовых банаховых пространств голоморфных функций в единичном круге D или комплексной плоскости, задаваемых радиальными весами, можно ограничиться использованием log-выпуклых весов, т.е. таких весов v , что функция $\varphi_v(x) := \log v(e^x)$ выпукла на $(-\infty, 0)$ или R соответственно. Другими словами, при изучении многих задач данной теории имеется возможность использовать хорошо развитый аппарат выпуклых функций. Эта идея была эффективно реализована в работах [2–4] для получения ряда завершённых результатов о свойствах классических операторов в весовых пространствах Бергмана и Фока. Существенную роль в их доказательствах сыграли вспомогательные факты об аппроксимации выпуклых функций другими выпуклыми функциями, обладающими некоторыми дополнительными свойствами. Остановимся на этом подробнее.

Г.Г. Браичевым [5, ч. II, гл. 3] были получены результаты о кусочно-линейной и гладкой аппроксимации выпуклых возрастающих функций на числовой прямой со степенью приближения $o(1)$ на бесконечности. Для пониженной степени точности ($o(1)$) наиболее сильный результат был получен в [6, теорема 1.1], где показано, что для любой выпуклой функции φ на выпуклом открытом множестве $\Omega \subset R^N$ и для любого $\varepsilon > 0$ имеется такая выпуклая вещественно-аналитическая функция ψ на Ω , что $\psi \leq \varphi \leq \psi + \varepsilon$ всюду на Ω . В случае одной переменной этот результат допускает дальнейшее уточнение с точки зрения дополнительных свойств аппроксимирующей функции [7, 8]. Мы ограничимся здесь формулировкой их результата, полученного для радиальных весов в единичном круге D .

Напомним, что радиальный вес на D – это функция $v: D \rightarrow (0, \infty)$, для которой $v(z) = v(|z|)$, $\forall z \in D$, $v(r)$ возрастает и непрерывна на $[0, 1]$,

$\lim_{r \rightarrow 1-0} v(r) = +\infty$. Из [7] следует, что для любого log-

выпуклого радиального веса v на D существуют

аналитическая в D функция $w(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ с по-

ложительными тейлоровскими коэффициентами a_n ($n \geq 0$) и такая постоянная $C \geq 1$, что

$$w(r) \leq v(r) \leq Cw(r) \text{ при всех } r \in [0, 1].$$

Переформулировка этого результата для выпуклых функций утверждает, что для любой выпуклой функции φ на $(-\infty, 0)$ с $\lim_{x \rightarrow -0} \varphi(x) = +\infty$ существуют

выпуклая функция $\psi(x) = \log \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{nx} \right)$ и число

$C \geq 0$ такие, что

$$\psi(x) \leq \varphi(x) \leq \psi(x) + C \text{ при всех } x \in (-\infty, 0).$$

Этот результат гарантирует существование приближающей функции специального вида, обладающей дополнительными важными в приложениях свойствами [2, лемма 3.6; 4, теорема 2], хотя по сравнению с [6] мы слегка теряем в точности приближения.

С другой стороны, в некоторых вопросах требуются результаты, когда нужны либо дополнительные свойства аппроксимирующей функции, либо большая степень точности приближения. Например, при построении примеров на существование используемых ограничений требуется одновременная аппроксимация и функции, и ее производной. Если не накладывать никаких предварительных условий на аппроксимируемую функцию, это возможно только при кусочно-линейной аппроксимации. В случае прямой для точности $o(1)$ на бесконечности подобные результаты имеются в [5]. В настоящей работе мы не только распространяем их на случай луча $(-\infty, 0)$, но и предлагаем модификацию использованного в [5] метода, указываем способ построения таких аппроксимаций, для которых можно гарантировать степень близости $o(x)$ вместо $o(1)$ при $x \rightarrow -0$.

Кусочно-линейная аппроксимация выпуклых на луче функций

Пусть φ – выпуклая возрастающая на $(-\infty, 0)$ функция, для которой $\lim_{x \rightarrow -0} \varphi(x) = +\infty$. Всякая такая функция всюду на $(-\infty, 0)$ является непрерывной, имеет конечные левую φ'_- и правую φ'_+ производные, которые возрастают на $(-\infty, 0)$ и $\varphi'_-(x) \leq \varphi'_+(x)$ при всех $x \in (-\infty, 0)$. При этом $\varphi'_-(x) = \varphi'_+(x)$ всюду на $(-\infty, 0)$, за исключением не более чем счётного множества точек $\mathfrak{Z}$. Таким образом, φ дифференцируема на $(-\infty, 0) \setminus \mathfrak{Z}$, а в точках из $\mathfrak{Z}$, если они есть, φ' имеет разрывы первого рода. В дальнейшем, как обычно, мы будем обозначать правую производную через φ' , опуская индекс «+».

Положим $\bar{\varphi}(\xi) := \sup_{x < 0} (x\xi - \varphi(x))$, $\xi > 0$. Как известно [4, доказательство теоремы 3], справедлива двойственная формула

$$\varphi(x) = \sup_{\xi > 0} (x\xi - \bar{\varphi}(\xi)), \quad x < 0. \quad (1)$$

Её можно также установить, если доопределить функцию φ , положив $\varphi(x) = +\infty$ при $x \geq 0$. Полученная таким образом функция будет выпуклой и полунепрерывной всюду на R . Тогда ее преобразование Юнга – Фенхеля – Лежандра $\varphi^*(\xi) := \sup_{x \in R} (x\xi - \varphi(x))$, $\xi \in R$, обладает тем свой-

ством, что $\varphi^{**} = (\varphi^*)^* = \varphi$ [9, теорема 12.2]. Ясно при этом, что $\varphi^* = \bar{\varphi}$ на $(0, \infty)$, откуда следует (1).

Заметим, что функция $\bar{\varphi}$ является выпуклой и убывающей на $(0, \infty)$, причём $\lim_{\xi \rightarrow +0} \bar{\varphi}(\xi) = 0$ и

$$\lim_{\xi \rightarrow +\infty} \bar{\varphi}(\xi) = -\infty.$$

Для любого $x_0 \in (-\infty, 0)$ конус опорных прямых к графику функции $y = \varphi(x)$ в точке $(x_0, \varphi(x_0))$ задаётся следующим образом: $y(x) = \xi \cdot x - \bar{\varphi}(\xi)$, где ξ пробегает отрезок $[\varphi'_-(x), \varphi'_+(x)]$.

Через $y_{x_0}(x)$ будем обозначать прямую, соответствующую $\xi_{x_0} = \varphi'_+(x_0)$. Для произвольных двух точек $x_1 < x_2 < 0$ через $y_{x_1, x_2}(x)$ будем обозначать уравнение двухзвенной ломаной, составленной из отрезков прямых $y_{x_1}(x)$ и $y_{x_2}(x)$. Ясно, что

$$y_{x_1, x_2}(x) = \begin{cases} y_{x_1}(x), & x \in [x_1, \mu] \\ y_{x_2}(x), & x \in [\mu, x_2] \end{cases},$$

где $\mu := \frac{\bar{\varphi}(\xi_{x_2}) - \bar{\varphi}(\xi_{x_1})}{\xi_{x_2} - \xi_{x_1}}$ – абсцисса точки пересечения

указанных прямых в случае, когда они различны, и $y_{x_1, x_2}(x) = y_{x_1} = y_{x_2}$, когда они совпадают. В последнем случае график $y = \varphi(x)$ на $[x_1, x_2]$ является отрезком, соединяющим точки $(x_1, \varphi(x_1))$ и $(x_2, \varphi(x_2))$.

Следующая лемма доказана в [5, с. 126].

Лемма 1. Пусть $x_1 < x_2 < 0$ и

$$d := \frac{1}{4}(x_2 - x_1) \cdot (\xi_{x_2} - \xi_{x_1}). \quad \text{Тогда для всех } x \in [x_1, x_2]$$

справедливы неравенства:

$$y_{x_1, x_2}(x) \leq \varphi(x) \leq y_{x_1, x_2}(x) + d; \quad (2)$$

$$|\varphi'(x) - y_{x_1, x_2}'(x)| \leq \xi_{x_2} - \xi_{x_1} \quad (3)$$

В теории весовых пространств голоморфных функций используются лишь такие φ , что $\varphi(-\infty) := \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) > -\infty$. Поэтому наши дальнейшие рассуждения мы ограничим, считая, что $\varphi(-\infty) > -\infty$. В таком случае можно принять без ограничения общности, что $\varphi(-\infty) = 0$. Этого можно добиться, беря вместо $\varphi(x)$ функцию $\varphi(x) - \varphi(-\infty)$.

Теорема 1. Для любой выпуклой возрастающей на $(-\infty, 0)$ функции φ , для которой $\lim_{x \rightarrow -0} \varphi(x) = +\infty$ и $\varphi(-\infty) > -\infty$, существуют такие кусочно-линейные выпуклые функции φ_1 и φ_2 , что:

$$\varphi_1(x) \leq \varphi(x) \leq \varphi_2(x), \quad x \in (-\infty, 0); \quad (4)$$

$$\varphi(x) = \varphi_i(x) + o(x) \quad \text{при } x \rightarrow -0; \quad (5)$$

$$\varphi'(x) = \varphi'_i(x) + o(1) \quad \text{при } x \rightarrow -0 \quad (i=1, 2). \quad (6)$$

Доказательство. Доказательство проводится по схеме [5, теорема 1, с. 128] с естественными изменениями, вызванными заменой всей вещественной оси на полуось $(-\infty, 0)$ и более точной асимптотикой (5) (в [5] требовалось, чтобы степень приближения была $o(1)$ при $x \rightarrow +\infty$). Поэтому здесь мы опишем только конструкцию функций φ_1 и φ_2 , опустив подробности.

Возьмём последовательность $(k_n)_{n=0}^\infty$ такую, чтобы $0 = k_0 < k_1 < \dots$ и $k_n \rightarrow +\infty$ при $n \rightarrow \infty$. Проведём к графику Γ_φ функции φ опорные прямые $y_n(x) = k_n(x) - \bar{\varphi}(k_n)$. Через θ_{n+1} обозначим абсциссы точек пересечения прямых $y_n(x)$ и $y_{n+1}(x)$. Заметим, что $y_0(x) = 0$ на $(-\infty, \theta_1]$, где $\theta_1 = \bar{\varphi}(k_1)/k_1$. Пусть далее t_n – максимальная точка касания пря-

мой $y_n(x)$ и Γ_φ на отрезке $[\theta_n, \theta_{n+1}]$. Очевидно, что последовательность $(t_n)_{n=1}^\infty$ не убывает и $\varphi'_-(t_n) \leq k_n \leq \varphi'(t_n)$. Отсюда, в силу свойств выпуклых функций, следует, что $k_n \leq \varphi'(t_n) \leq k_{n+1}$, $n \geq 1$. Последнее влечет, в частности, что $t_n \rightarrow -0$ при $n \rightarrow \infty$.

Обозначим через N_1 множество тех $n \in \mathbb{N}$, для которых $t_n < t_{n+1}$, и возьмём произвольную последовательность $(\varepsilon_n)_{n=1}^\infty$ с $\varepsilon_n \downarrow 0$. Для каждого $n \in N_1$ выберем $s_n \in \mathbb{N}$ настолько большим, чтобы для $h_n := (t_{n+1} - t_n)/s_n$ имело место неравенство $h_n \leq \frac{\varepsilon_n |t_{n+1}|}{k_{n+1} - k_n}$. Ясно, что без ограничения общности можно считать, что последовательность $(h_n)_{n=1}^\infty$ убывает. Далее при каждом $n \in N_1$ образуем разбиение отрезка $[t_n, t_{n+1}]$ на равные части точками $x_{j,n} = t_n + jh_n$, $j = 0, 1, \dots, s_n$.

В качестве $\varphi_1(x)$ возьмём ломаную, составленную из опорных прямых к графику Γ_φ , проведённых в точках $(x_{j,n}, \varphi(x_{j,n}))$. Выпуклость функции $\varphi(x)$ влечёт выполнение условия (4), а неравенство (2) леммы 1 – неравенств

$$|\varphi(x) - \varphi_i(x)| \leq \frac{1}{4}(x_{j,n} - x_{j-1,n}) \cdot (\varphi'(x_{j,n}) - \varphi'(x_{j-1,n})) \leq \frac{1}{4}h_n \cdot (k_{n+1} - k_n) \leq \frac{1}{4}\varepsilon_n |t_{n+1}| \leq \frac{1}{4}\varepsilon_n |x| \text{ при } x \in [x_{j-1,n}, x_{j,n}] \text{ и } i = 1, 2,$$

откуда следует (5). Чтобы получить (6), достаточно воспользоваться неравенством (3) леммы 1, в силу которого для всех $x \in [t_n, t_{n+1}]$ и $i = 1, 2$

$$|\varphi'(x) - \varphi_i'(x)| \leq k_{n+1} - k_n,$$

и изначально выбрать $(k_n)_{n=1}^\infty$ так, чтобы $k_{n+1} - k_n = o(1)$ при $n \rightarrow \infty$. Например, подходит $k_n = \sqrt{n}$ или $k_n = \ln n$.

Замечание. Из проведённого доказательства следует, что в условии (5) можно добиться любой наперёд заданной степени точности. В самом деле, пусть $\delta: (-\infty, 0) \rightarrow (0, +\infty)$ – любая функция с $\delta(x) \downarrow 0$ при $x \rightarrow -0$. Если в процессе доказательства взять

$$h_n \leq \frac{\varepsilon_n \cdot \delta(t_{n+1})}{k_{n+1} - k_n}, \quad n \in N_1,$$

то получим вместо (5) условие $|\varphi(x) - \varphi_i(x)| = o(\delta(x))$ при $x \rightarrow -0$. С другой стороны,

применённый в доказательстве способ построения кусочно-линейных функций аппроксимацией φ из [5] принципиально не допускает улучшения условия (6). Главная причина отсутствия такой возможности – у φ могут быть точки излома, в которых $\varphi'(x_0) - \varphi'_-(x_0) > 0$ (как и выше, через φ' обозначается правая производная функции φ).

Одновременная кусочно-линейная аппроксимация выпуклых на луче функций и их производных

В связи с замечанием представляет интерес существование кусочно-линейных аппроксимаций выпуклых функций с одновременной более быстрой, чем в (6), аппроксимацией их производных. Исходя из потребностей теории операторов в весовых пространствах голоморфных функций, выявленных в [2] и [4], нам достаточно указать способ построения таких аппроксимаций, для которых в условии (6) можно гарантировать степень близости $o(x)$ вместо $o(1)$ при $x \rightarrow -0$.

Теорема 2. Для любой выпуклой возрастающей на $(-\infty, 0)$ функции φ , для которой $\lim_{x \rightarrow -0} \varphi(x) = +\infty$ и $\varphi(-\infty) > -\infty$, существует такая выпуклая кусочно-линейная функция φ_1 на $(-\infty, 0)$, которая удовлетворяет условиям (4), (5) и $\varphi_1'(x) = \varphi'(x) + o(x)$ при $x \rightarrow -0$.

Доказательство. Как известно, имеется не более чем счётное множество Ξ точек ξ из $(-\infty, 0)$, в которых $\Delta(\xi) := \varphi'(\xi) - \varphi'_-(\xi) > 0$. Отсюда следует, что для любого $h > 0$ на каждом отрезке $[\alpha, \beta] \subset (-\infty, 0)$ расположено лишь конечное число точек ξ , в которых $\Delta(\xi) \geq h$.

Зафиксируем произвольную последовательность $(t_n)_{n=1}^\infty$ из $(-\infty, 0) \setminus \Xi$, для которой

$$\varphi'(t_n) < \varphi'(t_{n+1}), \quad \forall n \geq 1, \text{ и } \varphi'(t_n) \rightarrow +\infty \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Тогда, очевидно, $t_n \uparrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Возьмём ещё последовательность $(\varepsilon_n)_{n=1}^\infty$ с $\varepsilon_n \downarrow 0$ и будем строить нужную кусочно-линейную функцию, аппроксимирующую φ .

Обозначим через $\xi_{i,n}$, $i = 1, \dots, i_n - 1$, те точки из $[t_n, t_{n+1}]$, в которых $\Delta(\xi_{i,n}) \geq \frac{\varepsilon_n}{2} |t_{n+1}|$, и положим $\xi_{0,n} := t_n$, $\xi_{i_n,n} = t_{n+1}$. Заметим, что в принятые обозначения укладывается и случай, когда на отрезке $[t_n, t_{n+1}]$ нет точек $\xi \in \Xi$ со скачками $\Delta(\xi) \geq \frac{\varepsilon_n}{2} |t_{n+1}|$.

В этом случае $i_n = 1$ и $\xi_{1,n} = t_{n+1}$. Для каждого $i = 0, 1, \dots, n-1$ полагаем

$$\xi_{1,i,n} := \sup \{ \xi \in (\xi_{i,n}, \xi_{i+1,n}) : \varphi'(\xi) < \varphi'(\xi_{i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}| \}.$$

В силу непрерывности φ' справа множество, по которому берётся супремум, не пусто, а в силу непрерывности φ'_- слева справедливо неравенство

$$\varphi'_-(\xi_{1,i,n}) \leq \varphi'(\xi_{i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}|.$$

При этом либо $\xi_{1,i,n} = \xi_{i+1,n}$, либо $\xi_{j,i,n} < \xi_{i+1,n}$

$$\text{и } \varphi'_-(\xi_{1,i,n}) > \varphi'(\xi_{i,n}) + \frac{\varepsilon_n}{2} |t_{n+1}|.$$

В самом деле, в противном случае

$$\varphi'(\xi_{1,i,n}) = \varphi'_-(\xi_{1,i,n}) + \Delta(\xi_{1,i,n}) < \varphi'(\xi_{i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}|,$$

и поэтому существовала бы точка правее $\xi_{1,i,n}$, в которой $\varphi'(\xi) < \varphi'(\xi_{j,i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}|$, что противоречило бы определению $\xi_{1,i,n}$.

Если $\xi_{1,i,n} < \xi_{i+1,n}$, аналогично выбираем точку

$$\xi_{2,i,n} := \sup \{ \xi \in (\xi_{1,i,n}, \xi_{i+1,n}) : \varphi'(\xi) < \varphi'(\xi_{1,i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}| \}$$

и заключаем, что

$$\varphi'_-(\xi_{2,i,n}) \leq \varphi'(\xi_{1,i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}|$$

и либо $\xi_{2,i,n} = \xi_{i+1,n}$, либо $\xi_{2,i,n} < \xi_{i+1,n}$ и

$$\varphi'(\xi_{2,i,n}) > \varphi'(\xi_{1,i,n}) + \frac{\varepsilon_n}{2} |t_{n+1}|. \quad (8)$$

Продолжив этот процесс, получим конечное (в силу условий вида (8)) число тех $\xi_{j,i,n}$, $j = 1, \dots, j(i, n)$, для которых

$$\xi_{i,n} < \xi_{1,j,n} < \dots < \xi_{j(i,n),i,n} < \xi_{j+1,n}$$

и

$$\varphi'_-(\xi_{j+1,i,n}) \leq \varphi'(\xi_{j,i,n}) + \varepsilon_n |t_{n+1}|. \quad (9)$$

В последнем неравенстве используется обозначение $\xi_{j(i,n)+1,i,n} := \xi_{i+1,n}$. По построению

$$\Delta(\xi_{j,i,n}) < \frac{\varepsilon_n}{2} |t_{n+1}|.$$

Образует кусочно-линейную функцию $\varphi_1(x)$, которая на отрезке $[\xi_{j,i,n}, \xi_{j+1,i,n}]$ представляет собой двузвенную ломаную, составленную из опорных к Γ_φ прямых, проходящих через $\xi_{j,i,n}$ и $\xi_{j+1,i,n}$:

$$y_{j,i,n}^1(x) = \varphi'(\xi_{j,i,n}) \cdot x - \overline{\varphi}(\varphi'(\xi_{j,i,n}));$$

$$y_{j+1,i,n}^2(x) = \varphi'_-(\xi_{j+1,i,n}) \cdot x - \overline{\varphi}(\varphi'_-(\xi_{j+1,i,n})).$$

Полученная таким образом функция $\varphi_1(x)$ выпукла и с учётом (9) на каждом полуинтервале $[\xi_{j,i,n}, \xi_{j+1,i,n}]$ удовлетворяет условию

$$0 \leq \varphi'(\xi) - \varphi'_1(\xi) \leq \varphi'_-(\xi_{j+1,i,n}) - \varphi'(\xi_{j,i,n}) \leq \varepsilon_n |t_{n+1}| \leq \varepsilon_n |\xi|. \quad (10)$$

Из него, очевидно, следует требуемое условие (7). Кроме того, по построению $\varphi_1(x) \leq \varphi(x)$, т.е. выполнено (4). Добиться выполнения (5) можно тем же способом, что и в теореме 1, за счёт достаточно частого дробления отрезков $[\xi_{j,i,n}, \xi_{j+1,i,n}]$ и построения соответствующей ломаной. Заметим, что условие (10) при этом полностью сохраняется. Теорема доказана.

Литература

1. Bierstedt K.D., Bonet J., Taskinen J. Associated weights and spaces of holomorphic functions // *Studia Math.* 1998. Vol. 127, № 2. P. 137–168.
2. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Differentiation and integration operations on weighted Banach spaces of holomorphic functions // *Math. Nachr.* 2017. Vol. 290, № 8–9. P. 1144–1162.
3. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Invariant subspaces for classical operators on weighted spaces of holomorphic functions // *Integr. Equ. Oper. Theory.* 2017. Vol. 89, № 3. P. 409–438.
4. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Compactness of classical operators on weighted Banach spaces of holomorphic functions // *Collect. Math.* 2018. Vol. 69, № 1. P. 1–15.
5. Брайтчев Г.Г. Введение в теорию роста выпуклых и целых функций. М.: Прометей, 2005. 232 с.
6. Azagra D. Global and fine approximation of convex functions // *Proc. London Math. Soc.* 2013. Vol. 107, № 3. P. 799–824.
7. Abakumov E., Doubtsov E. Moduli of holomorphic functions and logarithmically convex radial weights // *Bull. London Math. Soc.* 2015. Vol. 47, № 3. P. 519–532.
8. Abakumov E., Doubtsov E. Growth of proper holomorphic maps and tropical power series // *C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I.* 2016. Vol. 354, № 5. P. 465–469.
9. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973. 469 с.

References

1. Bierstedt K.D., Bonet J., Taskinen J. Associated weights and spaces of holomorphic functions. *Studia Math.* 1998, vol. 127, No. 2, pp. 137-168.
2. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Differentiation and integration operations on weighted Banach spaces of holomorphic functions. *Math. Nachr.* 2017, vol. 290, No. 8-9, pp. 1144-1162.

3. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Invariant subspaces for classical operators on weighted spaces of holomorphic functions. *Integr. Equ. Oper. Theory*. 2017, vol. 89, No. 3, pp. 409-438.

4. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Compactness of classical operators on weighted Banach spaces of holomorphic functions. *Collect. Math.* 2018, vol. 69, No. 1, pp. 1-15.

5. Braichev G.G. *Vvedenie v teoriyu rosta vypuklykh i tselykh funktsii* [Introduction to the theory of growth of convex and entire functions]. Moscow: Prometei, 2005. 232 p.

6. Azagra D. Global and fine approximation of convex functions. *Proc. London Math. Soc.* 2013, vol. 107, No. 3, pp. 799-824.

7. Abakumov E., Doubtsov E. Moduli of holomorphic functions and logarithmically convex radial weights. *Bull. London Math. Soc.* 2015, vol. 47, No. 3, pp. 519-532.

8. Abakumov E., Doubtsov E. Growth of proper holomorphic maps and tropical power series. *C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*. 2016, vol. 354, No. 5, pp. 465-469.

9. Rokafellar P. *Vypuklyi analiz* [Convex analysis]. Moscow: Mir, 1973, 469 p.

Поступила в редакцию / Received

17 апреля 2018 г. / April 17, 2018

УДК 539.3

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-10-17

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ДИСПЕРСИОННЫХ СВОЙСТВ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

© 2018 г. А.О. Ватульян¹, Л.И. Паринава¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

ON THE INVESTIGATION OF DISPERSION PROPERTIES OF TOPOGRAPHIC WAVEGUIDES

A.O. Vatulyan¹, L.I. Parinova¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Ватульян Александр Ованесович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории упругости, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: vatulyan@math.sfedu.ru

Alexander O. Vatulyan - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Theory of Elasticity Department, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vatulyan@math.sfedu.ru

Паринава Любовь Ивановна – аспирант, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: parinova@mail.ru

Lyubov I. Parinova - Postgraduate, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: parinova@mail.ru

Изучены волновые процессы в закрепленных на части границы упругих ортотропных топографических волноводах с треугольным, прямоугольным и трапециевидным поперечным сечением. Для исследования вопроса о нахождении скорости распространения волны использован вариационный принцип Гамильтона – Остроградского, сформирован соответствующий функционал. Произведено его упрощение в рамках моделей, близких к теориям анизотропных пластин переменной толщины, получен приближенный вид функционала, зависящего от одной функции. Его стационарное значение находится с помощью метода Рунца и приводит к исследованию однородной алгебраической системы, матрица которой зависит от двух спектральных параметров. Равенство нулю определителя системы дает дисперсионное уравнение, которое исследовано численно. Проведено изучение скорости сходимости процесса Рунца при отыскании точек дисперсионного множества в зависимости от числа координатных функций. Для ряда ортотропных материалов представлены графики дисперсионных кривых для исследуемых форм поперечного сечения, найдены частоты запертия для волноводов различного поперечного сечения, выявлены диапазоны отсутствия распространяющихся волн.

Ключевые слова: топографический волновод, упругая волна, пластина переменной жесткости, дисперсионное соотношение.

The wave processes in elastic orthotropic topographic waveguides with triangular, rectangular and trapezoidal cross-sections fixed on the part of boundary are studied. To investigate the problem of finding the velocity of wave propagation, the Hamilton-Ostrogradsky variational principle is used. The corresponding functional is formed. It is simplified in the framework of models close to the theory of anisotropic plates with variable thickness. An approximate form of the functional depending on a single function is obtained. Using the Ritz method the stationary value of the functional is found. The stationary value of the functional reduces to the study of a homogeneous algebraic system. The matrix of this system depends on two spectral parameters. Equality to zero of the system determinant leads to the dispersion equation, numerically investigated. A study of the Ritz process convergence rate is performed in the dependence on the number of coordinate functions. The plots of dispersion relationships for the cross-section shapes are present for a number of orthotropic materials. The locking frequencies are found. The ranges of the absence of propagating waves are revealed.

Keywords: topographic waveguide, elastic wave, variable hardness plate, dispersion relation.

Введение

Исследования упругих волн с различной локализацией актуальны для приборостроения, сейсмологии, космической промышленности, акустоэлектроники и дефектоскопии. В первую очередь интерес вызывают волны, которые не обладают дисперсией. Среди таковых отметим поверхностные волны релеевского типа и клиновые волны, которые стали предметом исследований относительно недавно. Под клиновыми понимаются волны, которые локализованы в окрестности ребра бесконечного пространственного клина. Отметим, что метод неразрушающего контроля использует клиновые волны для контроля за состоянием режущего оборудования, определения области и степени затупления; при помощи клиновых волн осуществляется контроль соответствия нормам кромок турбин и лопастей. В акустоэлектронике ребра клиновых волноводов используются как частотно-независимые отражатели поверхностных волн, преобразователи поверхностных и объемных волн. Также клинья подавляют ложные сигналы в фильтрах и линиях задержки. Достоинством клиновых волноводов являются низкая скорость распространения и отсутствие дисперсии. Отметим, что практический интерес вызывают и вопросы распространения волн в топографических волноводах, поперечное сечение которых представляет собой треугольник, трапецию, прямоугольник.

Первые исследования волновых процессов в топографических волноводах были проведены в 70-е гг. XX в. Бесконечный упругий изотропный клин рассматривался в качестве волновода впервые в 1969 г. в работе [1]. В [2–4] изучались особенности формирования волновых полей для бесконечного клина и клина конечной высоты, расположенного на упругом полупространстве. Для нахождения скорости волны использовался метод конечных элементов. Расчетные результаты сравнивались с формулами, полученными в рамках акусто-геометрической теории. В работах [5, 6] описано исследование волновых полей с использованием метода ортогональных функций. В [7] найдены аналитические решения для представленного в виде пластины переменной толщины клина с малым углом раскрытия, а также для другого частного случая – усеченного клина. В [8] рассмотрены волновые процессы, возникающие в упругом прямоугольном изотропном клине. Изучена зависимость между фазовой скоростью упругой волны, распространяющейся вдоль клина и локализованной вблизи его ребра, и коэффициентом Пуассона. В [9] изучаются упругие волны, которые возбуждаются на гранях клина внешними силами, а также клиновые волны,

рассеивающиеся на дефекте ребра. В работах [10, 11] осуществлено исследование волновых процессов в бесконечном клинообразном волноводе с учетом анизотропии материала при помощи геометрико-акустического подхода. В [12, 13] с использованием вариационного принципа Гамильтона – Остроградского исследованы волновые процессы в ортотропных бесконечных и ограниченных по высоте топографических клинообразных волноводах. В частном случае изотропного материала проведено сравнение результатов, полученных при помощи вариационного подхода, с аналогичными результатами в рамках геометрико-акустической теории.

Таким образом, на данный момент волны, распространяющиеся вдоль ребра клина с малым углом раствора, исследованы при помощи следующих основных подходов: численно на основе метода конечных элементов, с использованием геометрико-акустической теории, метода ортогональных функций и вариационного подхода.

Актуальным и по сей день остается вопрос о достаточных условиях существования волн в клинообразных волноводах, распространяющихся вдоль ребра клина. Впервые в 1974 г. с использованием обобщенного вариационного принципа было показано существование симметричных и антисимметричных мод клиновых волн и найдены условия их существования [14]. В работах [15, 16] было доказано существование клиновых волн, причем условия их существования формируются в зависимости от угла раствора клина. В [17] в изотропном случае представлены теоремы, в которых обсуждены вопросы существования волн, распространяющихся вдоль ребра бесконечного клина. В работе [18] доказано существование волн в топографических волноводах – остроугольных призмах, приклеенных к подложкам в виде полупространства; сделан обобщающий вывод о наличии локализованных волн в клинообразных волноводах с криволинейными границами.

Цель настоящей работы состоит в построении приближенной модели исследования волновых процессов и дисперсионных соотношений для ортотропных топографических волноводов на основе анализа задачи для ортотропной упругой пластины переменной жесткости, установлении зависимости скорости распространения упругой волны от геометрии поперечного сечения.

Постановка задачи

Топографический волновод представляет собой цилиндрическую поверхность с различным поперечным сечением. Наиболее часто изучаются такие структуры, когда сечение представляет собой клин

(бесконечный или конечный) либо конечный клин, расположенный на поверхности полупространства. При этом отыскиваются волны, распространяющиеся вдоль ребра. Топографические волноводы характеризуются сильной локализацией энергии волнового поля, слабыми дисперсией и затуханием.

В последние годы возрос интерес к исследованию волн в волноводах, поперечное сечение которых представляет собой усеченный конечный клин или прямоугольник.

Рассмотрим с единых позиций распространение поверхностной акустической волны вдоль упругого ортотропного топографического волновода с поперечным сечением S . Для простоты дальнейшего изложения будем считать, что S представляет собой равнобочную трапецию. Свяжем с волноводом декартову систему координат, считая, что ось x_3 направлена перпендикулярно плоскости расположения трапеции S и проходит через центр ее меньшего основания (рис. 1).

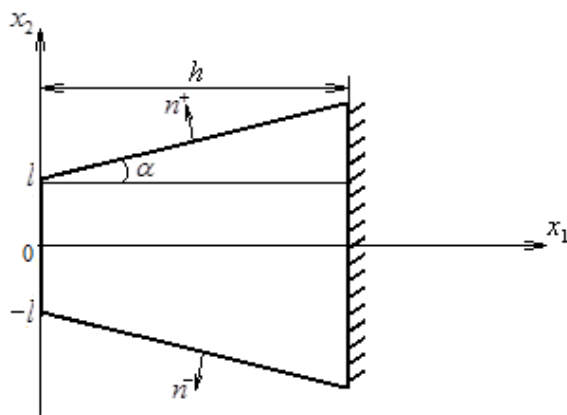


Рис. 1. Поперечное сечение волновода /
Fig. 1. The waveguide cross section

Будем считать, что граница $x_1 = h$ заземлена, все остальные грани волновода свободны от нагрузок. Обозначим через $2l$ длину меньшего основания; $\frac{\pi}{2} - \alpha$ – угол при основании трапеции. Будем считать, что $l/h \ll 1$.

Следует отметить, что случаи прямоугольного ($\alpha = 0$) и треугольного ($l = 0$) поперечных сечений являются частными вариантами трапециевидного поперечного сечения.

В рамках концепции, представленной в статьях [12, 13], будем искать решение задачи для топографического волновода в виде

$$u_m(x_1, x_2, x_3, t) = U_m(x_1, x_2) e^{i(\gamma x_3 - \omega t)}, \quad \text{где}$$

$m = 1, 2, 3$; γ – волновое число; ω – частота коле-

баний; $U_m(x_1, x_2)$ – амплитуды распространяющихся волн, $i = \sqrt{-1}$.

Введем безразмерные параметры: γ_i , $i = \overline{1, 8}$; β , μ .

$$\gamma_1 = \frac{C_{11}}{C_{55}}, \quad \gamma_2 = \frac{C_{13}}{C_{55}}, \quad \gamma_3 = \frac{C_{33}}{C_{55}}, \quad \gamma_4 = \frac{C_{44}}{C_{55}},$$

$$\gamma_5 = \frac{C_{12}}{C_{55}}, \quad \gamma_6 = \frac{C_{66}}{C_{55}}, \quad \gamma_7 = \frac{C_{23}}{C_{55}},$$

$$\gamma_8 = \frac{C_{13}}{C_{55}}, \quad \frac{\rho \omega^2 h^2}{C_{55}} = \beta, \quad \gamma^2 h^2 = \mu.$$

Здесь C_{ij} – модули упругости ортотропной среды; ρ – плотность. В работах [12, 13] показано, что исследование волновых процессов в волноводе может быть сведено к нахождению стационарного значения некоторого квадратичного функционала M

$$M[U_i] = \int_S M_0 dS, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M_0 = & (\gamma_1 U_{1,1} + \gamma_5 U_{2,2} + i\gamma_3 \gamma_8 U_3) \overline{U_{1,1}} + (\gamma_5 U_{1,1} + \\ & + \gamma_2 U_{2,2} + i\gamma_7 \gamma_3 U_3) \overline{U_{2,2}} + (\gamma_8 U_{1,1} + \gamma_7 U_{2,2} + \\ & + i\gamma_3 \gamma_3 U_3) i \overline{U_3} + \gamma_6 (U_{1,2} + U_{2,1}) \overline{(U_{1,2} + U_{2,1})} + \\ & + (i\gamma_1 U_1 + U_{3,1}) (i\gamma_1 U_1 + U_{3,1}) + \\ & + (i\gamma_2 U_2 + U_{3,2}) (i\gamma_2 U_2 + U_{3,2}) - \\ & - \beta (U_1^2 + U_2^2 + U_3^2), \end{aligned}$$

$$\text{где } U_3 = U_{i,j} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}.$$

Из условия стационарности функционала следует $\delta M[U_i] = 0$. Требуется найти значение безразмерного волнового числа μ в зависимости от частотного параметра β , при котором вариационное уравнение имеет нетривиальное решение.

Модель пластины переменной жесткости

Колебания симметричной области S можно разделить на две задачи (симметричные и антисимметричные колебания). В симметричном случае обычно отсутствуют изучаемые типы движений, поэтому далее будем рассматривать антисимметричный случай, считая, что компоненты амплитуд смещений $U_i(x_1, x_2)$ удовлетворяют соотношениям четности (нечетности) по координате x_2 :

$$U_1(x_1, -x_2) = -U_1(x_1, x_2),$$

$$U_2(x_1, -x_2) = U_2(x_1, x_2),$$

$$U_3(x_1, -x_2) = -U_3(x_1, x_2).$$

Примем далее следующие обобщенные гипотезы теории анизотропных пластин переменной жесткости:

$$\begin{aligned} U_1 &= -x_2 W'(x_1), \\ U_2 &= W(x_1), \\ U_3 &= -i\gamma x_2 W(x_1). \end{aligned} \quad (2)$$

Производя в (1) интегрирование по x_2 , осуществляя замену переменной $x_1 = zh$ и учитывая гипотезы (2), получаем упрощенное значение функционала (1). Таким образом, задача исследования локализованных волн для рассматриваемого класса волноводов сводится к задаче отыскания стационарного значения функционала M :

$$M[W] = \int_0^1 M_0^* dz. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} M_0^* &= \frac{2}{3}(zt+s)^3 \times \\ &\times \left(\gamma_1 W_{,zz}^2 - 2\gamma_8 W_{,zz} W + \gamma_3 W^2 \mu^2 + 4\mu W_{,zz}^2 \right) + \\ &+ 2W^2 \beta(zt+s), \end{aligned}$$

где обозначено $t = tg\alpha$. Для нахождения стационарного значения функционала $M[W]$ будем использовать один из приближенных методов – метод Ритца [19]. В соответствии с требованиями к координатным функциям решение $W(z)$ будем искать в классе функций, ограниченных при $z=0$ и удовлетворяющих граничным условиям жесткого защемления при $z=1$.

Представим решение в виде $W = (z-1)^2 \sum_{n=1}^N c_n \varphi_n(z)$, причем в качестве функций выберем систему $\varphi_n(z) = z^{n-1}$, $n=1,2,\dots$. Тогда функционал (3) примет вид квадратичной функции N переменных

$$M(c_1, c_2, \dots, c_N) = \int_0^1 M_1 dz, \quad (4)$$

где

$$M_1 = M_1(c_1, c_2, \dots, c_N).$$

Например, при $N=2$, интегрируя (4) по z , получаем представление в виде квадратичной формы двух переменных

$$M(c_1, c_2) = k_{11}c_1^2 + k_{12}c_1c_2 + k_{22}c_2^2,$$

где $k_{ij} = k_{ij}(\beta, \mu)$, $i, j=1,2$. Например:

$$k_{11} = A_1\beta + A_2,$$

$$A_1 = \frac{1}{1260} \left[(3\mu - 56)t^3 + (24\mu - 336)t^2s + \right. \\ \left. + ((84\mu - 840)s^2 - 84)t + (168\mu - 1120)s^3 - 504s \right],$$

$$A_2 = \frac{1}{1260} \left[(3\gamma_3\mu^2 + (224 - 56\gamma_8)\mu + 840\gamma_1)t^3 + \right. \\ \left. + (24\gamma_3\mu^2 + (1344 - 336\gamma_8)\mu + 3360\gamma_1)t^2s + \right. \\ \left. + (84\gamma_3\mu^2 + (3360 - 840\gamma_8)\mu - 5040\gamma_1)ts^2 + \right. \\ \left. + (168\gamma_3\mu^2 + \mu(4480 - 1120\gamma_8) + 3360\gamma_1)s^3 \right].$$

Условие стационарности функционала M дает линейную однородную систему относительно коэффициентов c_k , $k=1,2,\dots,N$. Приравняв определитель этой системы к нулю, получаем приближенное дисперсионное алгебраическое уравнение, связывающее β и μ .

Вычислительные эксперименты

Изучена сходимость метода Ритца при нахождении дисперсионных соотношений в зависимости от числа координатных функций. Расчеты проводились для материала с параметрами $\gamma_1=3,15$,

$\gamma_8=0,96$, $\gamma_3=3,72$ (барит [19]), а в серии дальнейших вычислительных экспериментов принято $s=0,01$.

В табл. 1 представлены значения $\mu(\beta)$ при разном числе координатных функций. Результаты расчетов свидетельствуют о монотонном росте этих значений, что характерно для реализации метода Ритца [20]. Отметим, что при $N=8$ достигнута стабилизация значений при расчете параметра μ для первых трех распространяющихся мод. При этом относительная разница значений μ , соответствующих $N=7$ и $N=8$, не превосходит 1%.

Графики зависимости μ от параметра β для разных углов раскрытия приведены на рис. 2. Метками 1, 2, 3 обозначены первая, вторая и третья моды.

В табл. 2 представлена зависимость $\mu(\alpha)$. С увеличением угла α значение μ уменьшается, сокращается количество распространяющихся мод, соответствующих одному и тому же β .

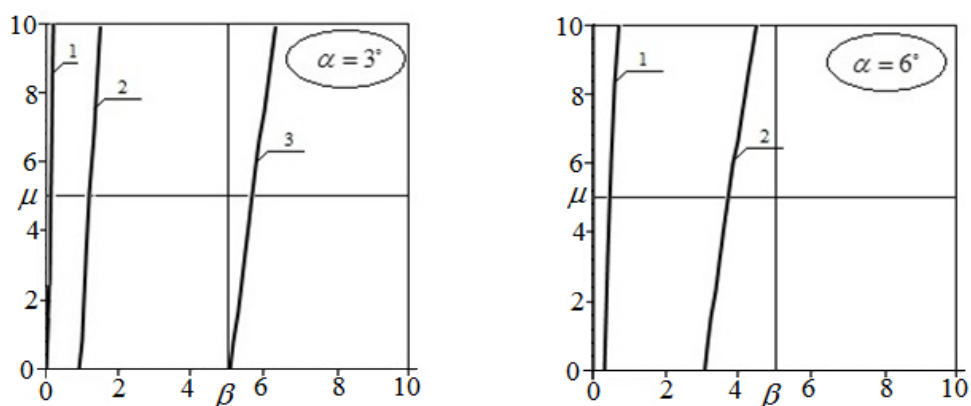


Рис. 2. Графики зависимости μ от параметра β для материала барит ($\alpha = 3^\circ$, $\alpha = 6^\circ$) /

Fig. 2. The plots of the dependence μ on the parameter β for the barite ($\alpha = 3^\circ$, $\alpha = 6^\circ$)

Таблица 1

Значения μ (барит) для угла раствора усеченного клина $\alpha = 3^\circ$ при $s = 0,01$ и $N = 8$ /

Values μ (barite) for the angle of the truncated wedge solution $\alpha = 3^\circ$ and $s = 0.01$ with $N = 8$

№ моды	β	μ при числе координатных функций					
		N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=8
1	1	37,762	37,763	37,806	37,818	37,818	37,819
	2	60,827	60,902	60,965	61,006	61,007	61,010
	3	79,341	79,657	79,712	79,783	79,788	79,791
	4	95,294	95,973	96,008	96,107	96,119	96,121
	5	109,527	110,652	110,669	110,789	110,810	110,812
	6	122,498	124,127	124,131	124,268	124,299	124,300
2	1	–	0,418	0,846	0,885	0,885	0,886
	2	16,539	16,655	17,147	17,242	17,245	17,247
	3	27,417	27,417	27,984	28,148	28,158	28,159
	4	36,132	36,177	36,791	37,036	37,058	37,059
	5	43,667	43,846	44,480	44,815	44,856	44,857
	6	50,432	50,813	51,444	51,877	51,943	51,944
3	6	–	0,637	5,5708	8,000	8,199	8,202

Анализ значений, приведенных в табл. 2, позволяет сделать вывод о наличии монотонной зависимости $\mu(\beta)$ для всех ветвей дисперсионного множества.

На основе построенного алгоритма произведено сравнение дисперсионных множеств для волноводов с различными поперечными сечениями (трапециевидное, треугольное и прямоугольное), имеющих равные основания.

Проведено сравнение дисперсионных зависимостей (барит) $N = 2$ и $N = 8$ по методу Ритца. Рассматривались волноводы с трапециевидным, треугольным и прямоугольным поперечным сечением. Высота у всех трех сечений одинакова. У трапециевидного и треугольного поперечных

сечений $\alpha = 3^\circ$. Результаты сравнения представлены на рис. 3. Сплошной линией изображены дисперсионные ветви, полученные с помощью приближения по Ритцу при $N = 2$, точками – $N = 8$.

В вариантах а и с (рис. 3) использование двух координатных функций дает достаточно точные результаты при описании двух первых дисперсионных ветвей в низкочастотной области. В случае b – двух координатных функций для нахождения дисперсионных зависимостей явно недостаточно. Для прямоугольного топографического волновода значения μ , найденные при $N = 2$ и $N = 8$, практически совпадают.

Таблица 2

Значения μ (барит) для усеченного клина при $s = 0,02$, $N = 8$ и различных углах α /
Values μ (barite) for a truncated wedge at $s = 0.02$ and $N = 8$ with different angles α

№ моды	β	μ при α°					
		0,0	0,5	1	1,5	2,0	2,5
1	1	43,133	38,556	34,898	31,700	28,808	26,153
	2	61,774	55,764	51,132	47,122	43,503	40,175
	3	76,023	68,977	63,666	59,086	54,953	51,145
	4	88,005	80,126	74,280	69,250	64,710	60,522
	5	98,539	89,956	83,662	78,255	73,373	68,866
	6	108,047	98,847	92,166	86,431	81,252	76,467
2	1	24,981	16,946	10,877	5,831	1,320	—
	2	43,950	33,177	25,438	19,388	14,367	10,006
	3	58,413	45,400	36,225	29,202	23,507	18,695
	4	70,548	55,599	45,171	37,275	30,944	25,662
	5	81,201	64,525	52,978	44,294	37,375	31,643
	6	90,805	72,555	59,995	50,592	43,128	36,970
3	2	7,374	—	—	—	—	—
	3	22,276	7,359	—	—	—	—
	4	34,738	18,288	6,071	—	—	—
	5	45,660	27,724	14,695	4,280	—	—
	6	55,491	36,145	22,282	11,412	2,281	—

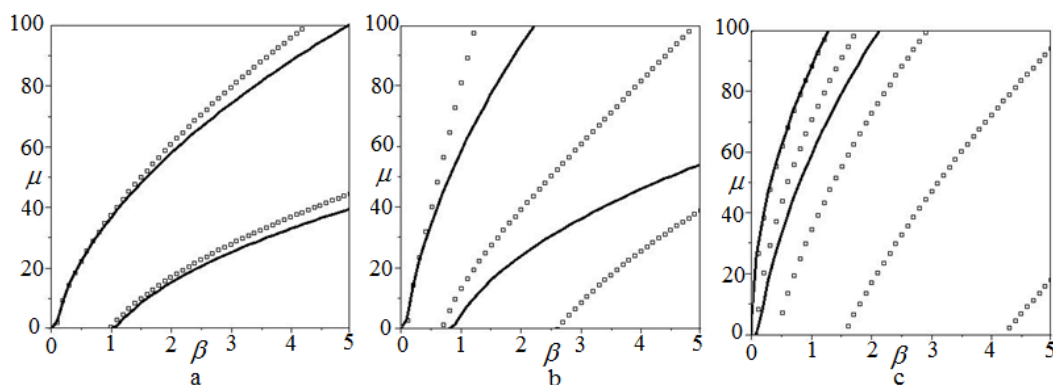


Рис. 3. Дисперсионные зависимости для топографического волновода с трапециевидным (а), треугольным (б) и прямоугольным (с) поперечными сечениями ($N = 2$ и $N = 8$) / Fig. 3. The dispersion relations for the topographic waveguide with the trapezoidal (a), triangular (b), and rectangular (c) cross sections ($N = 2$ and $N = 8$)

Отметим также, что дисперсионные кривые на представленных рисунках не выходят из начала координат. Для анализа резонансных ситуаций были найдены значения β при $\mu = 0$, характеризующие нераспространяющиеся моды. В табл. 3 приведены

первые 4 значения для разных поперечных сечений. Наименьшие из этих значений характеризуют частоты запираения для таких волноводов, т. е. такие значения частотного параметра, когда появляются распространяющиеся моды в волноводе.

Таблица 3

Значения параметра β для трапециевидного, треугольного и прямоугольного поперечных сечений /
The parameter values β for the trapezoidal, triangular and rectangular cross sections

Сечение	β			
Трапециевидное	0,079	0,963	5,008	16,523
Треугольное	0,081	0,665	2,582	7,059
Прямоугольное	0,001	0,399	0,509	1,535

Заключение

На основе вариационного подхода и модели ортотропных пластин переменной жесткости сформирован способ изучения дисперсионных зависимостей для топографических волноводов с трапециевидным, треугольным и прямоугольным поперечными сечениями, изучены особенности применения метода Ритца при их анализе; выявлены некоторые закономерности строения дисперсионных кривых.

Литература

1. Ash E.A., De La Rue R.M., Humphries R.F. Microsound Surface Waveguides // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1969. Vol. 17, No. 11. P. 882–892.
2. Lagasse P.E. Analysis of a dispersionfree guide for elastic waves // Electron. Lett. 1972. Vol. 8, No. 15. P. 372–373.
3. Lagasse P.E. Higher-order finite-element analysis of topographic guides supporting elastic surface waves // J. Acoust. Soc. Am. 1973. Vol. 53, No. 4. P. 1116–1122.
4. Lagasse P.E., Mason I.M., Ash E.A. Acoustic surface waveguides – analysis and assessment // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1973. Vol. MTT-21. P. 225–226.
5. Maradudin A.A., Wallis R.F., Mills D.L., Ballard R.L. Vibration edge modes in finite crystals // Phys. Rev. B. 1972. Vol. 6. P. 1106–1111.
6. Moss S.L., Maradudin A.A., Cunningham S.L. Vibration edge modes for wedges with arbitrary interior angles // Phys. Rev. B. 1973. Vol. 8. P. 2999–3008.
7. McKenna J., Boyd G.D., Thurston R.N. Plate theory solution for guided flexural acoustic waves along the tip of wedge // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. 1974. Vol. SU-21. P. 178–186.
8. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Свойства гармонических волн, распространяющихся вдоль ребра прямоугольного клина // Акуст. журн. 1981. Т. 27, вып. 2. С. 206–212.
9. Шанин А.В. Возбуждение и рассеяние клиновой волны в упругом клине с углом раскрытия, близким к 180° // Акуст. журн. 1997. Т. 43, № 3. С. 402–408.
10. Крылов В.В., Шанин А.В. Влияние упругой анизотропии на скорости клиновых акустических волн // Акуст. журн. 1991. Т. 37, вып. 1. С. 130–133.
11. Shuvalov A.L., Krylov V.V. Localized vibration modes in free anisotropic wedges // J. Acoust. Soc. Am. 2000. Vol. 107, No. 1. P. 657–660.
12. Ватulyan A.O., Паринова Л.И. Исследование клиновых волн в ортотропной среде // Вестн. ДГТУ. 2005. Т. 5, № 4 (26). С. 491–499.

13. Vatulyan A.O., Parinova L.I. On the elastic waves propagating along the edge of the wedge with small opening angle // Advanced Materials – Techniques, Physics, Mechanics and Applications. Springer Proceeding in Physics, Mechanics and Applications, Springer Proceeding in Physics / I.A. Parinov, Shun-Hsyung Chang. 2017. P. 309–319.

14. Tiersten H.F., Rubin D. On the fundamental anti-symmetric mode of the wedge guide // Proc. IEEE Ultrasonic Symposium. 1974. P. 117–120.

15. Заворохин Г.Л., Назаров А.И. Об упругих волнах в клине // Записки научных семинаров ЛОМИ. 2010. Т. 380. С. 45–52.

16. Камоцкий И.В. О поверхностной волне, бегущей вдоль ребра упругого клина // Алгебра и анализ. 2008. Т. 20, № 1. С. 86–92.

17. Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плещинский В.П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука, 1991. 414 с.

18. Бабич В.М. Об одном классе топографических волноводов // Алгебра и анализ. 2010. Т. 22, № 1. С. 98–107.

19. Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Перемолова Н.В., Шаскольская М.П. Акустические кристаллы : справочник / под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982. 632 с.

20. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Гостехиздат, 1957. 476 с.

References

1. Ash E.A., De La Rue R.M., Humphries R.F. Microsound Surface Waveguides. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1969, vol. 17, No. 11, pp. 882-892.
2. Lagasse P.E. Analysis of a dispersionfree guide for elastic waves. *Electron. Lett.* 1972. vol. 8, No. 15, pp. 372-373.
3. Lagasse P.E. Higher-order finite-element analysis of topographic guides supporting elastic surface waves. *J. Acoust. Soc. Am.* 1973, vol. 53, No. 4, pp. 1116-1122.
4. Lagasse P.E., Mason I.M., Ash E.A. Acoustic surface waveguides - analysis and assessment. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1973, vol. MTT-21, pp. 225-226.
5. Maradudin A.A., Wallis R.F., Mills D.L., Ballard R.L. Vibration edge modes in finite crystals. *Phys. Rev. B.* 1972, vol. 6, pp. 1106-1111.
6. Moss S.L., Maradudin A.A., Cunningham S.L. Vibration edge modes for wedges with arbitrary interior angles. *Phys. Rev. B.* 1973, vol. 8, pp. 2999-3008.
7. McKenna J., Boyd G.D., Thurston R.N. Plate theory solution for guided flexural acoustic waves along the tip of wedge. *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics*. 1974, vol. SU-21, pp. 178-186.
8. Grinchenko V.T., Meleshko V.V. Svoistva garmonicheskikh voln, rasprostranyayushchikhsya vdol'

rebra pryamougol'nogo klina [Properties of harmonic waves propagating along the edge of the rectangular wedge]. *Akust. zhurn.* 1981, vol. 27, iss. 2, pp. 206-212.

9. Shanin A.V. Vozbuzhdenie i rasseyaniye klinovoi volny v uprugom kline s uglom raskryva, blizkim k 180° [The excitation and scattering of the wedge wave in the elastic wedge with the opening angle close to 180°]. *Akust. zhurn.* 1997, vol. 43, No. 3, pp. 402-408.

10. Krylov V.V., Shanin A.V. Vliyanie uprugoi anizotropii na skorosti klinovykh akusticheskikh voln [Influence of elastic anisotropy on the velocities of acoustic wedge modes]. *Akust. zhurn.* 1991, vol. 37, iss. 1, pp. 130-133.

11. Shuvalov A. L., Krylov V. V. Localized vibration modes in free anisotropic wedges. *J. Acoust. Soc. Am.* 2000, vol. 107, No. 1, pp. 657-660.

12. Vatul'yan A.O., Parinova L.I. Issledovanie klinovykh voln v ortotropnoi srede [The investigation of the wedge waves in the orthotropic medium]. *Vestn. DGTU.* 2005, vol. 5, No. 4 (26), pp. 491-499.

13. Vatulyan A.O., Parinova L.I. On the elastic waves propagating along the edge of the wedge with small opening angle. *Advanced Materials - Techniques, Physics, Mechanics and Applications*. Springer Proceeding in Physics, Mechanics and Applications, Springer Proceed-

ing in Physics / I.A. Parinov, Shun-Hsyung Chang. 2017, pp. 309-319.

14. Tiersten H. F., Rubin D. On the fundamental antisymmetric mode of the wedge guide. *Proc. IEEE Ultrasonic Symposium.* 1974, pp. 117-120.

15. Zavorokhin G.L., Nazarov A.I. Ob uprugikh volnakh v kline [About elastic waves in a wedge]. *Zapiski nauchnykh seminarov LOMI.* 2010, vol. 380, pp. 45-52.

16. Kamotskii I.V. O poverkhnostnoi volne, begushchei vdol' rebra uprugogo klina [On the surface wave traveling along the rib of the elastic wedge]. *Algebra i analiz.* 2008, vol. 20, No. 1, pp. 86-92.

17. Biryukov S.V., Gulyaev Yu.V., Krylov V.V., Plesskii V.P. *Poverkhnostnye akusticheskie volny v neodnorodnykh sredakh* [The surface acoustic waves in the inhomogeneous media]. Moscow: Nauka, 1991, 414 p.

18. Babich V.M. Ob odnom klasse topograficheskikh volnovodov [On the class of topographic waveguides]. *Algebra i analiz.* 2010, vol. 22, No. 1, pp. 98-107.

19. Blistanov A.A., Bondarenko V.S., Peremolova N.V., Shaskol'skaya M.P. *Akusticheskie kristally* [Acoustic crystals]. Handbook. Moscow: Nauka, 1982, 632 p.

20. Mikhlin S.G. *Variatsionnye metody v matematicheskoi fizike* [Variational methods in mathematical physics]. Moscow: Gostekhizdat, 1957, 476 p.

УДК 517.9

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-18-23

РЕШЁТКИ ПОДГРУПП И КОДОВ НА ДИЭДРАЛЬНОЙ ГРУППЕ

© 2018 г. К.В. Веденев¹, В.М. Деундяк^{1, 2}

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²ФГНУ НИИ «Спецвузавтоматика», Ростов-на-Дону, Россия

THE LATTICES OF SUBGROUPS AND CODES FOR DIHEDRAL GROUP

K.V. Vedenev¹, V.M. Deundyak^{1, 2}

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

²Spetsvuzavtomatika, Rostov-on-Don, Russia

Веденев Кирилл Владимирович – студент, кафедра алгебры и дискретной математики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: vedenevk@gmail.com

Kirill V. Vedenev - Student, Department of Algebra and Discrete Mathematics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vedenevk@gmail.com

Деундяк Владимир Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра алгебры и дискретной математики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия; старший научный сотрудник, ФГНУ НИИ «Спецвузавтоматика», пер. Газетный, 51, г. Ростов н/Д, 344002, Россия, e-mail: vl.deundyak@gmail.com

Vladimir M. Deundyak - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Algebra and Discrete Mathematics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Senior Researcher, Spetsvuzavtomatika, Gazetnyi Lane, 51, Rostov-on-Don, 344002, Russia, e-mail: vl.deundyak@gmail.com

В 1978 г. Р. Мак-Элисом построена первая асимметричная кодовая криптосистема, основанная на применении помехоустойчивых кодов Гоппы, при этом до сих пор неизвестны эффективные атаки на неё. К настоящему времени стойкость других кодовых систем уступает стойкости классической криптосистемы Мак-Элиса. В связи с развитием квантовых вычислений кодовые криптосистемы рассматриваются как альтернатива теоретико-числовым криптосистемам, таким как RSA, Эль-Гамала и т.д. Поэтому актуальной представляется задача поиска перспективных классов кодов для построения новых стойких кодовых криптосистем. Для этого можно использовать некоммутативные коды, т.е. идеалы в групповых алгебрах $\mathbb{F}_q G$ над конечными некоммутативными группами G . Ранее авторами с помощью разложения Веддерберна была описана структура всех кодов в диэдральной групповой алгебре $\mathbb{F}_q D_{2n}$ и изучена структура кодов, индуцированных кодами на циклической подгруппе. В настоящей работе продолжается изучение этих кодов, а именно исследуются решётка подгрупп диэдральной группы, решётка всех кодов в групповой алгебре $\mathbb{F}_q D_{2n}$ и подрешётка кодов, индуцированных кодами на циклических подгруппах. Полученные результаты могут быть использованы в криптографических приложениях при построении новых классов кодовых криптосистем.

Ключевые слова: некоммутативные группы, групповые алгебры, некоммутативные коды, кодовые криптосистемы, решётки, решётки подгрупп, криптография, помехоустойчивые коды.

In 1978 Robert McEliece created the first asymmetric cryptosystem based on the use of Goppa error-correcting codes and there is no effective attacks described yet. Variants of other code cryptosystems were proven less secure. Because of development of quantum computation, code cryptosystems are an option to replace number-theoretical ones. So, the new classes of error-correcting codes are required for building new resistant code cryptosystems. We can consider non-commutative codes also known as left ideals of finite non-commutative group algebras. In the previous paper authors has described the structure of all codes in dihebras group algebras in terms of Wedderburn decomposition. The structure of dihebral codes induced by cyclic codes was also described. The purpose of this paper is to study a subgroup lattice of a dihedral group and a lattice of dihebral codes including codes induced by cyclic codes. The results could be useful to apply in a cryptography.

Keywords: non-commutative groups, group algebras, non-commutative codes, code cryptosystem, lattices, subgroup lattices, cryptography, error-correcting codes.

Введение

В связи с развитием в последние годы постквантовой криптографии увеличился интерес к исследованию кодовых криптосистем. Первой криптосистемой такого типа является построенная Мак-Элисом в 1978 г. криптосистема на кодах Гоппы [1], не взломанная до сих пор. К настоящему времени известно много подходов к построению и анализу кодовых криптосистем. Небольшой обзор работ по этой тематике содержится в [2]. В связи с этим актуальной является задача поиска новых классов кодов, пригодных для использования в криптографии. Одним из методов построения таких классов является использование некоммутативных групповых кодов, которые определяются как идеалы в групповых алгебрах над конечными некоммутативными группами. В работе [3] вычислены все подгруппы диэдральной группы D_{2n} и исследованы коды в соответствующей групповой алгебре $F_q D_{2n}$ в случае, когда мощность группы $2n$ взаимно проста с мощностью q поля Галуа F_q . В настоящей статье, продолжая работу [3], вычислены решётки подгрупп и кодов на группе D_{2n} . Эти результаты имеют возможную перспективу в криптографических приложениях для зашумления секретного ключа в кодовых криптосистемах.

Статья состоит из 4 разделов. В первом приведены необходимые сведения о группе D_{2n} и о её подгруппах; а второй содержит результаты о решётке подгрупп. В третьем приведены необходимые сведения о кодах на группе D_{2n} . Последний раздел посвящён решёткам кодов на диэдральной группе.

Диэдральная группа

Диэдральной группой D_{2n} , где $n \geq 2$, называется группа симметрий правильного плоского n -угольника с центром в точке O , состоящая из поворотов вокруг точки O на углы, кратные $\frac{2\pi}{n}$, и отражений относительно прямых, проходящих через O и одну из вершин или середину одной из сторон. Группа D_{2n} порождается поворотом a на угол $\frac{2\pi}{n}$ и произвольным отражением b , при этом выполняются следующие соотношения [4, с. 171]:

$$a^n = e, b^2 = e, bab = a^{-1}. \quad (1)$$

Таким образом, группа D_{2n} допускает копредставление

$$\langle a, b: a^n, b^2, (ba)^2 \rangle.$$

при этом формально можно считать, что n – произвольное натуральное число. Из (1) вытекает, что для произвольного i

$$a^i b = b a^{-i},$$

поэтому

$$D_{2n} = \{e, a, a^2, \dots, a^{n-1}, b, ab, a^2b, \dots, a^{n-1}b\}. \quad (2)$$

Далее для подмножества M произвольной группы G через $\langle M \rangle$ будем обозначать подгруппу группы G , порождённую элементами множества M . Через $d(n)$ обозначается количество натуральных делителей числа n . Следующая теорема, возможно, известна специалистам, однако найти её в доступных источниках не удалось, поэтому приведём её полное доказательство.

Теорема 1. В группе D_{2n} ($n \geq 2$) имеются следующие собственные подгруппы:

- n различных подгрупп вида $\{e, a^k b\}$, где $0 \leq k < n$, каждая из которых изоморфна $\mathbb{Z}_2$;
- $d(n)$ подгрупп вида $\langle a^k \rangle$, каждая из которых изоморфна $\mathbb{Z}_{\frac{n}{k}}$; k – любой натуральный делитель n ;
- для каждого собственного делителя k числа n существует $k-1$ различных подгрупп вида $\langle a^l b, a^k \rangle$, каждая из которых изоморфна $D_{\frac{2n}{k}}$, $0 \leq l < k$.

Других собственных подгрупп нет. Подгруппы вида б) нормальны, подгруппы вида а) нормальны только при $n = 2$, а подгруппы вида в) нормальны только при $k = 2$.

Для доказательства теоремы потребуется следующая техническая лемма.

Лемма 1. Пусть H – такая подгруппа диэдральной группы D_{2n} , что $H \not\subseteq \langle a \rangle$, a^k – порождающий элемент подгруппы $H \cap \langle a \rangle$. Тогда для любого $h = a^p b \in H \setminus \langle a \rangle$ справедливо равенство $H = \langle a^k, h \rangle$.

Доказательство леммы. Очевидно, что $\langle a^k, h \rangle \subset H$. Докажем обратное вложение. Предположим противное. Тогда найдётся элемент $t = a^q b \in H \setminus \langle a^k, h \rangle$. Справедливо следующее равенство:

$$th = a^q b a^p b = a^{q-p} \in \langle a^k \rangle,$$

откуда $t = a^{q-p} h^{-1} \in \langle a^k, h \rangle$. Полученное противоречие доказывает необходимое вложение $\langle a^k, h \rangle \supset H$. ▲

Доказательство теоремы 1. Легко видеть, что множества вида а) действительно являются подгруппами, так как $(a^k b)^2 = e$; вида б) – подгруппами циклической группы $\langle a \rangle$ порядка n . В свою очередь, известно, что в циклической группе порядка n для любого q , делителя n , существует ровно одна подгруппа порядка q , порождённая, например, элементом $a^{n/q}$ [4, с. 172].

В силу леммы 1 подгруппы, не являющиеся циклическими, могут иметь только вид $\langle a^l b, a^k \rangle$. Но подгруппы вида $\langle a^l b, a^k \rangle$ содержат циклическую подгруппу $\langle a^k \rangle$, поэтому аналогично предыдущему можно считать, что k делит n . Случай же $l \geq k$ сводится к случаю $l < k$, так как $\langle a^l b, a^k \rangle = \langle a^{l-k} b, a^k \rangle$. Таким образом, все собственные подгруппы группы D_{2n} имеют вид а), б) или в).

Проверим, при каких условиях описанные выше подгруппы являются нормальными. Напомним, что подгруппа H нормальна тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$\forall h \in H, \forall g \in D_{2n} \quad ghg^{-1} \in H.$$

Рассмотрим подгруппы $H = \{e, a^k b\}$ из пункта а). Тогда

$$\forall i \in \mathbb{Z} \quad (a^i)(a^k b)(a^{-i}) = a^{k+2i} b,$$

$$\forall i \in \mathbb{Z} \quad (a^i b)(a^k b)(ba^{-i}) = a^{n-k} b.$$

Но $a^{k+2i} b, a^{n-k} b \in H$, только если $n = 2$. Поэтому эти подгруппы нормальны только при $n = 2$.

Подгруппы $H = \langle a^k \rangle$, рассмотренные в пункте б), содержат только элементы вида a^{jk} . Тогда для любых $i, j \in \mathbb{Z}$

$$(a^i)(a^{jk})(a^{-i}) = a^{jk} \in H,$$

$$(a^i b)(a^{jk})(ba^{-i}) = a^{-jk} \in H.$$

Это значит, что подгруппы этого вида нормальны.

Подгруппы вида $H = \langle a^l b, a^k \rangle$, рассмотренные в пункте в), содержат только элементы вида a^{jk} и $a^{jk+l} b$. Условие нормальности для элементов вида a^{jk} рассмотрено ранее, поэтому остаётся только проверить условие для $a^{jk+l} b$. Для любых $i, j \in \mathbb{Z}$

$$(a^i)(a^{jk+l} b)(a^{-i}) = a^{2i+jk+l} b,$$

$$(a^i b)(a^{jk+l} b)(ba^{-i}) = a^{2i-jk-l} b.$$

Элементы $a^{2i+jk+l} b$ принадлежат H , только если числа $2i + jk$ делятся на k . Положив $i = 1$, получаем отсюда, что 2 должно делиться на k . Если $k = 1$, то подгруппа совпадает со всей группой D_{2n} , поэтому рассмотрим $k = 2$. Тогда

$$(a^i)(a^{2j+l} b)(a^{-i}) = a^{2i+2j} a^l b \in \langle a^l b, a^2 \rangle,$$

$$(a^i b)(a^{2j+l} b)(ba^{-i}) = a^{2i-2j-2l} a^l b \in \langle a^l b, a^2 \rangle,$$

откуда видно, что подгруппы из пункта в) нормальны только при $k = 2$. ▲

Решётка подгрупп диэдральной группы

Решёткой [5] называется множество L , в котором любые два элемента имеют точную нижнюю грань, или пересечение, обозначаемое $x \wedge y$ (или $x \cap y$), и точную верхнюю грань, или объединение, обозначаемое $x \vee y$.

Далее через $L(G)$ будем обозначать решётку подгрупп группы G относительно операций

пересечения $\cap$ и порождения $\vee$ [5, с. 20]; через $\gcd(k_1, k_2)$ – наибольший делитель чисел k_1, k_2 , а через $\text{lcm}(k_1, k_2)$ – наименьшее общее кратное чисел k_1, k_2 . Рассмотрим решётку $L(D_{2n})$. В теореме 1 описана структура подгрупп группы D_{2n} . Выясним теперь, как в $L(D_{2n})$ действуют операции $\cap$ и $\vee$.

Теорема 2. Пусть D_{2n} – диэдральная группа; k_1 и k_2 – делители числа n ; $0 \leq t_1 < k_1$; $0 \leq t_2 < k_2$; $p_1 < n$, $p_2 < n$. Тогда для операции порождения в решётке $L(D_{2n})$ справедливы следующие равенства:

$$1) \langle a^{k_1} \rangle \vee \langle a^{k_2} \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, k_2)} \rangle;$$

$$2) \langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \vee \langle a^{k_2} \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, k_2)}, a^{t_1} b \rangle;$$

$$3)$$

$$\langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \vee \langle a^{k_2}, a^{t_2} b \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, k_2, t_1 - t_2)}, a^{t_2} b \rangle;$$

$$4) \{e, a^{p_1} b\} \vee \{e, a^{p_2} b\} = \langle a^{p_1 - p_2}, a^{p_2} b \rangle;$$

$$5) \langle a^{k_1} \rangle \vee \{e, a^{p_1} b\} = \langle a^{k_1}, a^{p_1} b \rangle;$$

$$6) \langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \vee \{e, a^{p_1} b\} = \langle a^{\gcd(k_1, t_1 - p_1)}, a^{t_1} b \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, t_1 - p_1)}, a^{p_1} b \rangle.$$

Доказательство. Пусть $\gcd(k_1, k_2) = pk_1 + qk_2$ – линейное представление наибольшего общего делителя чисел k_1 и k_2 . Тогда так как $\langle a^{k_1} \rangle \vee \langle a^{k_2} \rangle = \langle a^{k_1}, a^{k_2} \rangle$, то

$$\langle a^{k_1} \rangle \vee \langle a^{k_2} \rangle \supset \langle a^{pk_1 + qk_2} \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, k_2)} \rangle,$$

$$\langle a^{\gcd(k_1, k_2)} \rangle \supset \langle a^{k_1}, a^{k_2} \rangle.$$

Таким образом, справедливость пункта 1) доказана. Аналогично доказываются пункты 2)–6). Действительно,

$$\langle a^{k_1}, a^{t_1} b, a^{k_2} \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, k_2)}, a^{t_1} b \rangle,$$

$$\langle a^{k_1}, a^{k_2}, a^{t_1} b, a^{t_2} b \rangle = \langle a^{k_1}, a^{k_2}, a^{t_1 - t_2}, a^{t_2} b \rangle =$$

$$= \langle a^{\gcd(k_1, k_2, t_1 - t_2)}, a^{t_2} b \rangle,$$

$$\langle a^{p_1} b, a^{p_2} b \rangle = \langle a^{p_1} b a^{p_2} b, a^{p_2} b \rangle =$$

$$= \langle a^{p_1 - p_2}, a^{p_2} b \rangle,$$

$$\langle a^{k_1}, a^{t_1} b, a^{p_1} b \rangle = \langle a^{\gcd(k_1, t_1 - p_1)}, a^{t_1} b \rangle =$$

$$= \langle a^{\gcd(k_1, t_1 - p_1)}, a^{p_1} b \rangle.$$

Теорема 3. Пусть D_{2n} – диэдральная группа; k_1 и k_2 – делители числа n ; $0 \leq t_1 < k_1$; $0 \leq t_2 < k_2$; $p_1 < n$; $p_2 < n$. Тогда для операции пересечения в решётке $L(D_{2n})$ справедливы следующие равенства:

$$1) \langle a^{k_1} \rangle \cap \langle a^{k_2} \rangle = \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)} \rangle;$$

$$2) \langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \cap \langle a^{k_2} \rangle = \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)} \rangle;$$

$$3) \langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \cap \langle a^{k_2}, a^{t_2} b \rangle = \begin{cases} \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)} \rangle, & t_1 \neq t_2, \\ \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)}, a^{t_1} b \rangle, & t_1 = t_2 \end{cases}$$

$$4) \{e, a^{p_1} b\} \cap \langle a^{k_1} \rangle = \{e\};$$

$$5) \{e, a^{p_1} b\} \cap \langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle = \begin{cases} \{e, a^{p_1} b\}, & k_1 \mid (t_1 - p_1), \\ \{e\}, & k_1 \nmid (t_1 - p_1) \end{cases}$$

$$6) \{e, a^{p_1} b\} \cap \{e, a^{p_2} b\} = \begin{cases} \{e, a^{p_1} b\}, & p_1 = p_2 \\ \{e\}, & p_1 \neq p_2 \end{cases}$$

Доказательство. Справедливость пунктов 1) и 2) очевидна. Докажем 3). Пусть $H = \langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \cap \langle a^{k_2}, a^{t_2} b \rangle$. Видно, что подгруппа $H \cap \langle a \rangle$ порождается элементом $a^{\text{lcm}(k_1, k_2)}$. Так как $\langle a^{k_1}, a^{t_1} b \rangle \cap \langle a^{k_2}, a^{t_2} b \rangle \cap H = H$,

то

$$H = \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)}, a^{t_1} b \rangle \cap \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)}, a^{t_2} b \rangle.$$

Предположим, что найдётся $h \in H \setminus \langle a \rangle$. Если такой h существует, то он имеет вид

$$h = a^{t_1 + m_1 \text{lcm}(k_1, k_2)} b = a^{t_2 + m_2 \text{lcm}(k_1, k_2)} b.$$

То есть существуют такие m_1 и m_2 , что выполняется сравнение

$$t_1 + m_1 \text{lcm}(k_1, k_2) \equiv t_2 + m_2 \text{lcm}(k_1, k_2) \pmod{n}, \\ (m_1 - m_2) \text{lcm}(k_1, k_2) \equiv t_2 - t_1 \pmod{n}.$$

Но сравнения вида $ax \equiv b \pmod{m}$ возможны только при b , кратном $d = \gcd(a, m)$ [6, с. 57]. Так как в нашем случае $d = \gcd(\text{lcm}(k_1, k_2), n) = \text{lcm}(k_1, k_2)$ и $t_2 - t_1$ по модулю меньше $\text{lcm}(k_1, k_2)$, то решение относительно $m_1 - m_2$ возможно только при $t_1 = t_2$. Таким образом, при $t_1 = t_2$ по лемме 1 получаем $H = \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)}, a^{t_1} b \rangle$, а при $t_1 \neq t_2$ $H = \langle a^{\text{lcm}(k_1, k_2)} \rangle$, так как $h \in H \setminus \langle a \rangle$ не существует.

Пункты 4)–6) непосредственно следуют из определений.

Коды в диэдральной групповой алгебре

Пусть G – конечная группа; $\mathbb{F}_q$ – поле Галуа мощности q . Групповой алгеброй $\mathbb{F}_q G$ называется множество формальных линейных комбинаций вида

$$\alpha = \sum_{g \in G} a_g g, \quad a_g \in \mathbb{F}_q$$

с покомпонентно определёнными операциями сложения, умножения на скаляр и операцией умножения по следующему правилу:

$$\left(\sum_{g \in G} a_g g \right) \left(\sum_{g \in G} b_g g \right) = \sum_{g \in G} \left(\sum_{h \in G} a_h b_{h^{-1}g} \right) g$$

[7, с. 139]. Всякий левый идеал $I \subset \mathbb{F}_q G$ называется групповым G -кодом над полем $\mathbb{F}_q$ [8].

Рассмотрим групповую алгебру $\mathbb{F}_q D_{2n}$. Любой элемент $u \in \mathbb{F}_q D_{2n}$ может быть представлен следующим образом:

$$u = P(a) + bQ(a) = P(a) + Q(a^{-1})b,$$

где P и Q – многочлены степени, не превосходящей n .

Для каждого многочлена $g \in \mathbb{F}_q[x]$, такого что $g(0) \neq 0$, возвратным многочленом называется многочлен $g^*(x) = x^{\deg(g)} g(\frac{1}{x})$. Говорят, что многочлен g самовозвратный, если g и g^* отличаются на постоянный ненулевой множитель. Ниже будем полагать, что наибольший общий делитель $\gcd(2n, q)$ чисел $2n$ и q равен единице.

Известно, что многочлен $x^n - 1 \in \mathbb{F}_q[x]$ разлагается на неприводимые над $\mathbb{F}_q$ множители; следуя [9], запишем это разложение следующим образом:

$$x^n - 1 = (f_1 f_2 \dots f_r) (f_{r+1} f_{r+1}^* f_{r+2} f_{r+2}^* \dots f_{r+s} f_{r+s}^*),$$

где $f_1 = x - 1$, при $1 < j \leq r$ выполнено равенство $f_j^* = f_j$, и $f_2 = x + 1$ в случае чётного n . Здесь r – количество самовозвратных множителей в этом разложении, а $2s$ – несамовозвратных.

Пусть h – неприводимый над полем $\mathbb{F}_q$ многочлен степени m , α – его корень в некотором расширении этого поля, через $\mathbb{F}_q[\alpha]$ обозначим расширение поля $\mathbb{F}_q$ элементом α [4, с. 409].

Будем считать, что α_j – корень многочлена f_j . Определим функцию

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n - \text{нечётное}, \\ 2, & n - \text{чётное}. \end{cases}$$

В работе [9] доказана теорема о виде разложения Веддерберна для алгебры $\mathbb{F}_q D_{2n}$.

Теорема 4. Пусть $\gcd(q, 2n) = 1$. Тогда имеет место изоморфизм

$$p: \mathbb{F}_q D_{2n} \rightarrow \bigoplus_{j=1}^{r+s} A_j, \quad (3)$$

где

$$A_j = \begin{cases} \mathbb{F}_q \oplus \mathbb{F}_q, & j \leq \delta(n) \\ M_2(\mathbb{F}_q[\alpha_j + \alpha_j^{-1}]), & \delta(n) + 1 \leq j \leq r, \\ M_2(\mathbb{F}_q[\alpha_j]), & r + 1 \leq j \leq r + s \\ \mathbb{F}_q[\alpha_j + \alpha_j^{-1}] \simeq \mathbb{F}_{q^{\deg(f_j)/2}}, & \delta(n) + 1 \leq j \leq r, \\ \mathbb{F}_q[\alpha_j] \simeq \mathbb{F}_{q^{\deg(f_j)}}, & r + 1 \leq j \leq r + s. \end{cases}$$

Пусть $\mathbb{F}$ – произвольное поле. Будем далее называть ненулевой вектор $(x, y) \in \mathbb{F}^2$ нормированным, если $x = 1$ или $x = 0, y = 1$. Рассмотрим разложение (3) и обозначим

$$R_j = \begin{cases} \mathbb{F}_q, & 1 \leq j \leq \delta(n), \\ \mathbb{F}_q[\alpha_j + \alpha_j^{-1}], & \delta(n) + 1 \leq j \leq r, \\ \mathbb{F}_q[\alpha_j], & r + 1 \leq j \leq r + s. \end{cases} \quad (4)$$

Определим

$$I_j(x, y) = \begin{cases} \{\lambda x, \mu y \mid \lambda, \mu \in \mathbb{F}_q\}, & j \leq \delta(n) \\ \left\{ \begin{pmatrix} ky & -kx \\ ty & -tx \end{pmatrix} \mid k, t \in R_j \right\}, & j > \delta(n) \end{cases} \quad (5)$$

В работе [3] с помощью теоремы 4 доказана следующая теорема о структуре кодов в алгебре $\mathbb{F}_q D_{2n}$.

Теорема 5. Пусть $\gcd(q, 2n) = 1$. Рассмотрим разложение (3) групповой алгебры $\mathbb{F}_q D_{2n}$. Для любого кода $I \subset \mathbb{F}_q D_{2n}$ найдутся такие непересекающиеся множества $I_1, I_2 \subset \{1, \dots, r + s\}$ и набор нормированных векторов $\{(x_j, y_j)\}_{j \in I_2}$, где $x_j, y_j \in R_j$, что

$$p(I) = \bigoplus_{j=1}^{r+s} B_j,$$

$$B_j := \begin{pmatrix} A_j, & j \in J_1 \\ I_j(x_j, y_j) & j \in J_2 \\ 0, & j \in J_1 \cup J_2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

С другой стороны, для любых $J_1, J_2 \subset \{1, \dots, r+s\}$, таких что $J_1 \cap J_2 = \emptyset$, и для любого набора векторов $\{(x_j, y_j)\}_{j \in J_2}$ над соответствующими полями R_j (4) множество

$$p^{-1}\left(\bigoplus_{j=1}^{r+s} B_j\right),$$

где B_j определены равенством, является кодом в $\mathbb{F}_q D_{2n}$.

Решётка кодов

Теперь изучим решётку кодов в $\mathbb{F}_q D_{2n}$ относительно операций пересечения $\cap$ и порождения $\vee$, однако прежде отметим особенности операции $\vee$ для алгебр. Пусть A – конечная алгебра с единицей над полем $\mathbb{F}$; $M \subset A$ – её подмножество; через $\langle M \rangle$ обозначается пересечение всех подалгебр, содержащих M , при этом [5, с. 178]

$$\langle M \rangle = \left\{ \sum_{(m_1, \dots, m_k) \in Q} a_{(m_1, \dots, m_k)} m_1 \dots m_k \mid Q \subset \bigcup_{i=1}^{+\infty} M^i, |Q| < \infty, a_{(m_1, \dots, m_k)} \in \mathbb{F} \right\}.$$

Пусть U, V – левые идеалы алгебры A . По определению $U \vee V = \langle U \cup V \rangle$. В силу того, что каждое слагаемое $a_{(m_1, \dots, m_k)} m_1 \dots m_k$ в этом случае лежит в U или V , получаем

$$U \vee V = \{u + v \mid u \in U, v \in V\} = U + V. \quad (7)$$

Далее потребуется легко проверяемая техническая лемма.

Лемма 2. Пусть $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ – алгебры. Рассмотрим левые идеалы C и $\tilde{C}$ в прямой сумме $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \oplus \mathcal{A}_2$. Тогда $C = C_1 \oplus C_2$, $\tilde{C} = \tilde{C}_1 \oplus \tilde{C}_2$, где $C_i, \tilde{C}_i$ – левые идеалы в A_i , и справедливы равенства:

$$C \cap \tilde{C} = (C_1 \cap \tilde{C}_1) \oplus (C_2 \cap \tilde{C}_2), \\ C \vee \tilde{C} = (C_1 \vee \tilde{C}_1) \oplus (C_2 \vee \tilde{C}_2).$$

Далее, как и в теоремах 4 и 5, будем считать, что $\gcd(q, 2n) = 1$. Рассмотрим произвольные коды $C, \tilde{C} \subset \mathbb{F}_q D_{2n}$. По теореме 5 для каждого из этих кодов найдутся такие непересекающиеся множества $J_1, J_2 \subset \{1, \dots, r+s\}$, $\tilde{J}_1, \tilde{J}_2 \subset \{1, \dots, r+s\}$ и наборы нормированных векторов $\{(x_j, y_j)\}_{j \in J_2}$, $\{(\tilde{x}_j, \tilde{y}_j)\}_{j \in \tilde{J}_2}$, что

$$p(C) = \bigoplus_{i=1}^{r+s} B_i, \quad p(\tilde{C}) = \bigoplus_{i=1}^{r+s} \tilde{B}_i, \\ B_i = \begin{pmatrix} A_i, & i \in J_1 \\ I_i(x_i, y_i) & i \in J_2 \\ 0, & i \in J_1 \cup J_2 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{B}_i = \begin{pmatrix} A_i, & i \in \tilde{J}_1 \\ I_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i) & i \in \tilde{J}_2 \\ 0, & i \in \tilde{J}_1 \cup \tilde{J}_2 \end{pmatrix}.$$

Теорема 6. При заданных условиях:

1) $p(C \cap \tilde{C}) = \bigoplus_{i=1}^{r+s} F_i$, где $F_i = A_i$ при $i \in J_1 \cap \tilde{J}_1$; $F_i = I_i(x_i, y_i)$ при $i \in \{j \in J_2 \cap \tilde{J}_2 \mid x_j = \tilde{x}_j \wedge y_j = \tilde{y}_j\} \cup (\tilde{J}_1 \cap J_2)$; $F_i = I_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ при $i \in J_1 \cap \tilde{J}_2$ и $F_i = 0$ в противном случае;

2) $p(C \vee \tilde{C}) = \bigoplus_{i=1}^{r+s} F_i$, где $F_i = A_i$ при $i \in J_1 \cup \tilde{J}_1 \cup \{j \in J_2 \cap \tilde{J}_2 \mid x_j \neq \tilde{x}_j \vee y_j \neq \tilde{y}_j\}$; $F_i = I_i(x_i, y_i)$ при $i \in J_2 \setminus \{j \in J_2 \cap \tilde{J}_2 \mid x_j \neq \tilde{x}_j \vee y_j \neq \tilde{y}_j\}$; $F_i = I_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ при $i \in \tilde{J}_2 \setminus \{j \in J_2 \cap \tilde{J}_2 \mid x_j \neq \tilde{x}_j \vee y_j \neq \tilde{y}_j\}$ и $F_i = 0$ в противном случае.

Доказательство. В силу леммы 2 достаточно рассмотреть действие операций $\cap$ и $\vee$ для B_i и $\tilde{B}_i$:

(i) равенства $A_i \cap A_i = A_i$, $A_i \cap I_i(x_i, y_i) = I_i(x_i, y_i)$, $A_i \cap 0 = 0$, $0 \cap I_i(x_i, y_i) = 0$ и $A_i \vee A_i = A_i$, $A_i \vee I_i(x_i, y_i) = A_i$, $A_i \vee 0 = A_i$, $0 \vee I_i(x_i, y_i) = I_i(x_i, y_i)$ очевидны;

(ii) если $(x_i, y_i) \in \mathbb{F}_q[a_j]$ и $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i) \in \mathbb{F}_q[a_j]$ – нормированные векторы и $x_i \neq \tilde{x}_i$ или $y_i \neq \tilde{y}_i$, то $I_i(x_i, y_i) \cap I_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i) = 0$ и $I_i(x_i, y_i) \vee I_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i) = A_i$. Действительно, так как векторы $x_i \neq \tilde{x}_i$ или $y_i \neq \tilde{y}_i$ нормированы и не равны, то они линейно независимы. Тогда справедливость этого утверждения следует непосредственно из (5).

Таким образом, рассмотрены все возможные случаи для разных видов B_i и $\tilde{B}_i$, что позволяет указать вид F_i . $\blacktriangle$

Пусть G – конечная группа; H – её подгруппа; $\mathcal{T}$ – правая трансверсаль G по H ; I – код в $\mathbb{F}_q H$. Индуцированным кодом [10] называется код $J = (\mathbb{F}_q G)I$.

При этом если $B(I) = \{n_1, n_2, \dots, n_k\}$ – $\mathbb{F}_q$ -базис кода I , то $\mathbb{F}_q$ -базисом кода J будет

$$B(J) := \mathcal{T}B(I).$$

Теорема 7. Пусть G – конечная группа; H – её подгруппа; $\mathcal{T}$ – правая трансверсаль G по H ; C_1, C_2 – коды на подгруппе H . Тогда

$$(\mathbb{F}_q G)C_1 \vee (\mathbb{F}_q G)C_2 = (\mathbb{F}_q G)(C_1 \vee C_2), \\ (\mathbb{F}_q G)C_1 \cap (\mathbb{F}_q G)C_2 = (\mathbb{F}_q G)(C_1 \cap C_2).$$

Доказательство. Заметим, что левый идеал $(\mathbb{F}_q G)C_1 \vee (\mathbb{F}_q G)C_2$ содержит $C_1 \vee C_2$, но $(\mathbb{F}_q G)(C_1 \vee C_2)$ – наименьший левый идеал алгебры $\mathbb{F}_q G$, содержащий $C_1 \vee C_2$, поэтому $(\mathbb{F}_q G)(C_1 \vee C_2) \subset (\mathbb{F}_q G)C_1 \vee (\mathbb{F}_q G)C_2$. Обратное вложение вытекает из того, что $(\mathbb{F}_q G)C_1$ и $(\mathbb{F}_q G)C_2$ – подалгебры алгебры $(\mathbb{F}_q G)(C_1 \vee C_2)$.

Докажем утверждение для операции пересечения. В силу того, что $(\mathbb{F}_q G)(C_1 \cap C_2) \subset (\mathbb{F}_q G)C_1$ и $(\mathbb{F}_q G)(C_1 \cap C_2) \subset (\mathbb{F}_q G)C_2$, получаем $(\mathbb{F}_q G)(C_1 \cap C_2) \subset (\mathbb{F}_q G)C_1 \cap (\mathbb{F}_q G)C_2$. (8)

Для подпространств U, W линейного пространства известно, что $\dim(U + V) = \dim U + \dim W - \dim(U \cap W)$ [4, с. 194]. В нашем случае, используя результат для операции $\vee$ и (7), получаем, что $\dim((\mathbb{F}_q G)C_1 \cap (\mathbb{F}_q G)C_2) = \dim((\mathbb{F}_q G)C_1) + \dim((\mathbb{F}_q G)C_2) - \dim((\mathbb{F}_q G)(C_1 \vee C_2)) = |\mathcal{T}|\dim C_1 + |\mathcal{T}|\dim C_2 - \dim((\mathbb{F}_q G)(C_1 \vee C_2)) = |\mathcal{T}|(\dim C_1 + \dim C_2 - \dim(C_1 \vee C_2)) = |\mathcal{T}|\dim(C_1 \cap C_2) = \dim((\mathbb{F}_q G)(C_1 \cap C_2))$.

Воспользуемся вложением (8) и получим искомое равенство. ▲

Таким образом, для каждой подгруппы H конечной группы G решётка кодов в $\mathbb{F}_q G$ содержит подрешётку, изоморфную решётке кодов в $\mathbb{F}_q H$.

В частности, в решётке кодов в $\mathbb{F}_q D_{2n}$ содержится важная подрешётка кодов, состоящая из индуцированных с подгруппы $\langle a \rangle$ кодов. Из теоремы 7 следует, что эта подрешётка изоморфна решётке кодов в групповой алгебре $\mathbb{F}_q \langle a \rangle$, т.е. решётке циклических кодов.

Литература

1. McEliece R.J. Public-Key Cryptosystem Based on Algebraic Coding Theory // PL Deep Space Network Progress Report. 1978. Vol. 42. P. 114–116.
2. Деундяк В.М., Косолапов Ю.В. Криптосистема на индуцированных групповых кодах // Моделирование и анализ информ. систем. 2016. № 23 (2). С. 137–152.
3. Веденев К.В., Деундяк В.М. Коды в диэдральной групповой алгебре // Моделирование и анализ информ. систем. 2018. № 25 (2). С. 232–245.
4. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2013. 592 с.
5. Биркгоф Г. Теория решёток. М.: Наука, 1984. 568 с.
6. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.; Л.: Гостехиздат, 1952. 180 с.

7. Milies C.P., Sehgal S.K. An Introduction to Group Rings. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002.

8. Циммерман К.-Х. Методы теории модулярных представлений в алгебраической теории кодирования. М.: МЦНМО, 2011. 246 с.

9. Brochero Martinez F.E. Structure of finite dihedral group algebra // Finite Fields and Their Applications. 2015. Vol. 35. P. 204–214.

10. Деундяк В.М., Косолапов Ю.В. Алгоритмы для мажоритарного декодирования групповых кодов // Моделирование и анализ информ. систем. 2015. № 22 (4). С. 464–482.

References

1. McEliece R.J. Public-Key Cryptosystem Based on Algebraic Coding Theory. PL Deep Space Network Progress Report. 1978, vol. 42, pp. 114–116.
2. Deundyak V.M., Kosolapov Yu.V. Kriptosistema na inducirovannykh gruppovykh kodakh [Cryptosystem based on induced group codes]. Modelirovanie i analiz inform. sistem. 2016, No. 23 (2), pp. 137–152.
3. Vedenev K.V., Deundyak V.M. Kody v diedral'noi gruppovoi algebre [Codes in dihedral group algebra]. Modelirovanie i analiz inform. sistem. 2018, No. 25 (2), pp. 232–245.
4. Vinberg E.B. Kurs algebr [Course in Algebra]. Moscow: MTsNMO, 2013, 592 p.
5. Birkhof G. Teoriya reshetok [Lattice theory]. Moscow: Nauka, 1984. 568 p.
6. Vinogradov I.M. Osnovy teorii chisel [Fundamentals of number theory]. Moscow; Leningrad: Gostekhizdat, 1952, 180 p.
7. Milies C.P., Sehgal S.K. An Introduction to Group Rings. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2002.
8. Tsimmerman K.-Kh. Metody teorii modulyarnykh predstavlenii v algebraicheskoi teorii kodirovaniya [Methods of the theory of modular representations in algebraic coding theory]. Moscow: MTsNMO, 2011, 246 p.
9. Brochero Martinez F.E. Structure of finite dihedral group algebra. Finite Fields and Their Applications. 2015, vol. 35, pp. 204–214.
10. Deundyak V.M., Kosolapov Yu.V. Algoritmy dlya mazhoritarnogo dekodirovaniya gruppovykh kodov [Algorithms for majority decoding of group codes]. Modelirovanie i analiz inform. sistem. 2015, No. 22 (4), pp. 464–482.

УДК 517.956.2

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-24-33

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОДНОГО МНОГОМЕРНОГО СИНГУЛЯРНОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ В-ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

© 2018 г. А.М. Нигмедзянова¹, Э.В. Чеботарева¹

¹Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

THE SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A MULTIDIMENSIONAL SINGULAR DEGENERATE B-ELLIPTIC EQUATION

A.M. Nigmedzyanova¹, E.V. Chebotareva¹

¹Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russia

Нигмедзянова Айгуль Махматовна – кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ул. Кремлевская, 18, г. Казань, 420008, Россия, e-mail: aigmani23@rambler.ru

Aigul M. Nigmedzyanova - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Kazan (Volga region) Federal University, Kremlevskaya St., 18, Kazan, 420008, Russia, e-mail: aigmani23@rambler.ru

Чеботарева Эльвира Валерьевна – кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ул. Кремлевская, 18, г. Казань, 420008, Россия, e-mail: chebotareva.elv@gmail.com

Elvira V. Chebotareva - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Kazan (Volga region) Federal University, Kremlevskaya St., 18, Kazan, 420008, Russia, e-mail: chebotareva.elv@gmail.com

Рассматривается многомерное вырождающееся сингулярное В-эллиптическое уравнение

$$L_B[u] = x_n^m \left(\sum_{i=1}^p B_{x_i} u + \sum_{i=p+1}^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - \tilde{n}^2 x_n^m u = 0, m > 0, \text{ где } B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{k_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} - \text{оператор Бесселя; } m > 0, k_i > 0 -$$

постоянные числа. Уравнение задано в конечной области $\Omega \in \mathbb{R}_n^+$, ограниченной открытыми частями Γ_{i0} гиперплоскостей $x_i = 0, i = \overline{1, p}$, частью Γ_1 гиперплоскости $x_n = 0$ и гиперповерхностью Γ , здесь $\mathbb{R}_n^+$ – подпространство $x_i > 0, i = \overline{1, p}, p < n-1$ n-мерного евклидова пространства точек $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Целью работы является исследование основных краевых задач для данного уравнения.

С помощью оператора обобщенного сдвига получено выражение для структуры фундаментального решения данного уравнения с особенностью в произвольной точке. Для оператора $L_B[u]$ построены первая и вторая формулы Грина. С помощью фундаментального решения получено интегральное представление решения уравнения. Указаны вытекающие из интегрального представления свойства решений, в частности сформулирован принцип максимума. Для уравнения $L_B[u] = 0$ даны постановки внутренней и внешней задач Дирихле и Неймана. Доказаны теоремы единственности решения этих задач. Исследование разрешимости поставленных задач проводится с помощью потенциалов простого и двойного слоев. Решения внутренней и внешней задач Дирихле ищутся в виде потенциалов двойного слоя, решения внутренней и внешней задач Неймана ищутся в виде потенциалов простого слоя. Поставленные краевые задачи сводятся к интегральным уравнениям Фредгольма, доказывается разрешимость полученных интегральных уравнений.

Ключевые слова: сингулярный В-эллиптический оператор, параболическое вырождение, многомерный оператор Бесселя, уравнение Гельмгольца, внутренняя задача Дирихле, внешняя задача Дирихле, внутренняя задача Неймана, внешняя задача Неймана, метод потенциалов.

In this paper we consider a multidimensional degenerate singular B-elliptic equation

$$L_B[u] = x_n^m \left(\sum_{i=1}^p B_{x_i} u + \sum_{i=p+1}^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - \tilde{n}^2 x_n^m u = 0, m > 0, \text{ where } B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{k_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} - \text{is the Bessel operator, } m > 0,$$

$k_i > 0$ - constant numbers. The equation is given in the finite domain $\Omega \in R_n^+$ bounded by the open parts Γ_{i0} of hyperplanes $x_i = 0$, $i = \overline{1, p}$, part Γ_1 of the hyperplane $x_n = 0$ and hypersurface Γ , here R_n^+ - subspace $x_i > 0$, $i = \overline{1, p}$, $p < n-1$ of n -dimensional Euclidean space of points $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. The aim of this paper is to study the main boundary value problems for equation $L_B[u] = 0$.

With the help of the generalized shift operator, an expression for the structure of the fundamental solution of this equation with a singularity at an arbitrary point was obtained. The first and second Green's formulas for the operator $L_B[u]$ are constructed. With the help of the fundamental solution the integral representation of the solution of the equation is obtained, and the properties of solutions arising from the integral representation are specified, in particular, the maximum principle is formulated. Interior and exterior Dirichlet and Neumann problems for the equation $L_B[u] = 0$ are formulated. Theorems of uniqueness of the solution of these problems are proved. Solutions of interior and exterior Dirichlet and Neumann problems are sought in the form of potentials of simple and double layers. The boundary value problems are reduced to Fredholm integral equations and the solvability of the obtained integral equations is proved.

Keywords: singular B-elliptic operator, parabolic degeneracy, multidimensional Bessel operator, Helmholtz equation, Dirichlet interior problem, Dirichlet exterior problem, Neumann interior problem, Neumann exterior problem, potential method.

Введение

Целью данной работы является исследование основных краевых задач для дифференциального уравнения с вырождающимся В-эллиптическим оператором типа Гельмгольца

$$L_B = x_n^m \left(\sum_{i=1}^p \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{k_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \right) + \sum_{i=p+1}^{n-1} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} - c^2 x_n^m. \quad (1)$$

Термин «В-эллиптический» был введен И.А. Киприяновым [1] и означает дифференциальный оператор эллиптического типа, в котором по одной или нескольким переменным действует оператор Бесселя

$$B_x = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{x} \frac{\partial}{\partial x}, k > 0.$$

Среди работ, посвященных вырождающимся В-эллиптическим уравнениям и близких по тематике к данной статье, отметим [2–8].

Пусть R_n^+ – подпространство $x_i > 0$, $i = \overline{1, p}$, n -мерного евклидова пространства точек $x = (x', x'')$, $x' = (x_1, \dots, x_p)$, $x'' = (x_{p+1}, \dots, x_n)$. Прежде чем переходить к отысканию решения уравнения с оператором (1), рассмотрим в R_n^+ многомерное В-эллиптическое уравнение

$$\sum_{i=1}^p B_{x_i} u + \sum_{i=p+1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} - c^2 u = 0, \quad (2)$$

где $B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{k_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i}$ – оператор Бесселя, $k_i > 0$ – известные постоянные.

С помощью замены

$$u(x) = V(r),$$

где $r = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$, уравнение (2) сводится к уравнению

$$V'' + \frac{\mu}{r} V' - c^2 V = 0, \quad (3)$$

где $\mu = n-1 + \sum_{i=1}^p k_i$.

Общее решение уравнения (3) имеет вид

$$V(r) = C_1 r^{-\nu} I_\nu(cr) + C_2 r^{-\nu} K_\nu(cr).$$

Здесь $\nu = \frac{\mu-1}{2}$; $I_\nu(x)$ – функция Инфеляда; $K_\nu(x)$ –

функция Макдональда; C_1, C_2 – произвольные константы.

Поскольку частное решение $r^{-\nu} I_\nu(cr)$ неограниченно возрастает на бесконечности и не имеет физического смысла, рассмотрим частное решение

$$V(r) = ar^{-\nu} K_\nu(cr), \quad (4)$$

где a – постоянная. В этом случае при $r \rightarrow \infty$

$$V(r) = O(e^{-r}).$$

Из разложения функции $K_\nu(t)$ в степенной ряд следует, что решение (4) может быть представлено в виде [9]

$$V(r) = \frac{a 2^{\nu-1} \Gamma(\nu+1)}{\nu c^\nu} r^{-2\nu} + \psi(r),$$

где $\psi(r)$ – функция, имеющая в начале координат особенность вида $r^{-2\beta}$ ($\beta < \nu$).

Таким образом, решение уравнения (2) может быть представлено в виде

$$u(x) = \frac{a 2^{\nu-1} \Gamma(1-\nu)}{\nu c^\nu} |x|^{-2\nu} + \psi(|x|). \quad (5)$$

Функция (5) является решением уравнения (2) и имеет в начале координат степенную особенность вида $r^{-2\nu}$.

Для получения решения уравнения (2) с особенностью в точке ξ_0 применим к функции (5) оператор обобщенного сдвига $k_i T_{x_i}^{x_{i0}}$ [10]

$$k_i T_{x_i}^{x_{i0}} f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{k_i+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \times \\ \times \int_0^\pi f\left(x_1, \dots, x_{i-1}, \sqrt{x_i^2 + x_{i0}^2 - 2x_i x_{i0} \cos \varphi_i}, x_{i+1}, \dots, x_n\right) \times \\ \times \sin^{k_i-1} \varphi_i d\varphi_i \quad (6)$$

по переменным $x_1, \dots, x_p$ и оператор обычного сдвига по переменным $x_{p+1}, \dots, x_n$. При этом получим

$$E_k(x; x_0) = \frac{a 2^{v-1} \Gamma(v+1) \prod_{i=1}^p C_{k_i}}{v c^v} \times \\ \times \int_0^\pi \dots \int_0^\pi \left[\sum_{i=1}^p (x_i^2 + x_{i0}^2 - 2x_i x_{i0} \cos \varphi_i) + |x'' - x_0''|^2 \right]^{-v} \times \\ \times \prod_{i=1}^p \sin^{k_i-1} \varphi_i d\varphi_{p+1} \dots d\varphi_{n-1} + \psi^*(x; x_0), \quad (7)$$

где $C_{k_i} = \frac{\Gamma\left(\frac{k_i+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}$, $\psi^*(x; x_0)$ – регулярная в точке ξ_0 функция.

Проведя в (7) тождественные преобразования, получим окончательное выражение для структуры фундаментального решения уравнения (3) с особенностью в произвольной точке:

$$E_k(x; x_0) = a \frac{2^{v-2}}{c^v} \Gamma \times \\ \times \left(\frac{n-2}{2} \right) \prod_{i=1}^p C_{k_i} \prod_{i=1}^p \Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right) \prod_{i=1}^p (x_i x_{i0})^{-\frac{k_i}{2}} \rho_{xx_0}^{2-n} + \\ + E_k^*(x; x_0), \quad (8)$$

где $E_k^*(x; x_0)$ – регулярная в точке x_0 функция $\rho_{xx_0}^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - x_{i0}^2)$.

Из (6) следует, что при $\rho_{xx_0} \rightarrow \infty$ имеет место асимптотическая формула

$$E_k(x; x_0) = O\left(e^{-\rho_{xx_0}}\right).$$

Фундаментальное решение уравнения $L_B[u] = 0$

Пусть R_n^+ – подпространство $x_i > 0$, $i = \overline{1, p}$, $p < n-1$ n -мерного евклидова пространства точек $x = (x', x_n)$, $x' = (x_1, \dots, x_p, x'')$, $x'' = (x_{p+1}, \dots, x_{n-1})$.

В R_n^+ рассмотрим многомерное В-эллиптическое уравнение

$$L_B[u] = x_n^m \left(\sum_{i=1}^p B_{x_i} u + \sum_{i=p+1}^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} \right) + \\ + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - c^2 x_n^m u = 0, m > 0, \quad (9)$$

где $m > 0$, $k_i > 0$ – постоянные числа.

С помощью замены переменных по формулам

$$\xi_i = x_i, i = \overline{1, n-1}, \xi_n = \frac{2}{m+2} x_n^{\frac{m+2}{2}}$$

(9) приводится к В-эллиптическому уравнению

$$\sum_{i=1}^p B_{\xi_i} u + \sum_{i=p+1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial \xi_i^2} + \frac{m}{m+2} \frac{\partial u}{\partial \xi_n} - c^2 u = 0. \quad (10)$$

Используя (8), получим фундаментальное решение уравнения (10):

$$E(\xi; \xi_0) = a \frac{2^{v-2}}{c^v \sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right) \prod_{i=1}^p C_{k_i} \prod_{i=1}^p \Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m+1}{m+2}\right) \times \\ \times (\xi_n \xi_{n0})^{-\frac{m}{2(m+2)}} \prod_{i=1}^p (\xi_i \xi_{i0})^{-\frac{k_i}{2}} \rho_{\xi\xi_0}^{2-n} + E^{**}(\xi; \xi_0), \quad (11)$$

где $v = \frac{\mu-1}{2}$, $\mu = n+1 + \sum_{i=1}^p k_i - \frac{2}{m+2}$; $\rho_{\xi\xi_0}^2 = \sum_{i=1}^n (\xi_i^2 - \xi_{i0}^2)$;

$E^{**}(\xi; \xi_0)$ – регулярная в точке ξ_0 функция. Возвращаясь к переменным x , получим фундаментальное решение уравнения (9):

$$E(x; x_0) = \frac{a 2^{v-2}}{c^v \sqrt{\pi}} \times \Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right) \times \\ \times \prod_{i=1}^p C_{k_i} \prod_{i=1}^p \Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m+1}{m+2}\right) \times \left(\frac{2}{m+2}\right)^{-\frac{m}{2(m+2)}} \times \\ \times (x_n x_{n0})^{-\frac{m}{4}} \prod_{i=1}^p (\xi_i \xi_{i0})^{-\frac{k_i}{2}} \rho_{xx_0}^{2-n} + E^*(x; x_0). \quad (12)$$

Здесь

$$\rho_{xx_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i0})^2 + \frac{4}{(m+2)^2} \left(x_n^{\frac{m+2}{2}} - x_{n0}^{\frac{m+2}{2}} \right)^2},$$

$E^*(x; x_0)$ – регулярная в точке x_0 функция.

При $\rho_{xx_0} \rightarrow \infty$ имеет место асимптотическая формула

$$E(x; x_0) = O\left(e^{-\rho_{xx_0}}\right).$$

Из представления (12) следует, что

$$\frac{\partial E(\xi; x)}{\partial x_n} = o(1) \text{ при } \xi_n \rightarrow 0, \quad \frac{\partial E(\xi; x)}{\partial \xi_n} = o(1)$$

при $x_n \rightarrow 0$.

(13)

Формулы Грина

Обозначим через Ω конечную область в R_n^+ , ограниченную открытыми частями Γ_{i0} гиперплоскостей $x_i = 0$, $i = 1, p$, частью Γ_1 гиперплоскости $x_n = 0$ и гиперповерхностью Γ ; $C_B^2()$ – множество функций из класса $C^2()$, удовлетворяющих условию

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = o(1), x_i \rightarrow 0, i = 1, p.$$

Пусть $u, v \in C_B^2(D) \cap C^1(\overline{D})$. Непосредственным вычислением можно убедиться, что имеет место тождество

$$\begin{aligned} & vL_B[u] \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} + \left(x_n^m \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial v}{\partial x_i} + \frac{\partial v}{\partial x_n} \frac{\partial u}{\partial x_n} \right) \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} = \\ & = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(x_n^m \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} v \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_n} \left(v \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} \frac{\partial u}{\partial x_n} \right) - \\ & - c^2 x_n^m \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} uv. \end{aligned} \quad (14)$$

Интегрируя обе части тождества (14) по области D и пользуясь формулой Остроградского, получим

$$\begin{aligned} & \int_D vL_B[u] \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} dx + \\ & + \int_D \left(x_n^m \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial v}{\partial x_i} + \frac{\partial v}{\partial x_n} \frac{\partial u}{\partial x_n} \right) \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} dx = \\ & = \int_{\Gamma} vA[u] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma + \int_{\Gamma_1} v(\xi', 0) \frac{\partial u(\xi', 0)}{\partial \xi_p} \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\xi' - \\ & - c^2 \int_D x_n^m uv \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} dx, \end{aligned} \quad (15)$$

где $A[u] = \xi_p^m \sum_{i=1}^{n-1} \cos(\mathbf{n}, \xi_i) \frac{\partial u}{\partial \xi_i} + \cos(\mathbf{n}, x_n) \frac{\partial u}{\partial x_n}$ – конормальная производная; $\mathbf{n}$ – единичный вектор внешней нормали к границе Γ . Формула (15) называется первой формулой Грина для оператора L_B .

Меняя местами u и v в формуле (15) и вычитая полученное равенство из (15), получим

$$\begin{aligned} & \int_D (uL_B[v] - vL_B[u]) \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} dx = \\ & = \int_{\Gamma} (uA[v] - vA[u]) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma + \\ & + \int_{\Gamma_1} \left(v(\xi', 0) \frac{\partial u(\xi', 0)}{\partial \xi_p} - u(\xi', 0) \frac{\partial v(\xi', 0)}{\partial \xi_p} \right) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\xi'. \end{aligned} \quad (16)$$

Формула (16) называется второй формулой Грина для оператора L_B .

Интегральное представление решения уравнения $L_B[u] = 0$ и вытекающие из него свойства

Пусть функция $u(x) \in C_B^2(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$ является решением уравнения (9) в области Ω .

Выберем в этой области произвольную точку x_0 и рассмотрим сферу $S_{x_0\varepsilon}$ с центром в точке x_0 радиуса ε , такого что $S_{x_0\varepsilon} \subset \Omega$. Обозначим через Ω_ε область, ограниченную координатными гиперплоскостями, гиперповерхностью Γ и сферой $S_{x_0\varepsilon}$.

Фундаментальное решение $E(x; x_0)$ (12) уравнения (9) принадлежит классу $C_B^2(\Omega_\varepsilon) \cap C^1(\overline{\Omega_\varepsilon})$ и является решением уравнения (9) в области Ω_ε . Применив к функциям $E(x; x_0)$ и $u(x)$ вторую формулу Грина в области Ω_ε и учитывая, что

$$L_B[E(x; x_0)] = 0, L_B[u(x)] = 0,$$

получим

$$\begin{aligned} & \int_{S_{x_0\varepsilon}} (E(\xi; x_0)A[u] - uA[E(\xi; x_0)]) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} dS_{x_0\varepsilon} = \\ & = \int_{\Gamma} (E(\xi; x_0)A[u] - uA[E(\xi; x_0)]) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma + \\ & + \int_{\Gamma_1} \left(E(\xi', 0; x_0) \frac{\partial u(\xi', 0)}{\partial \xi_p} - u(\xi', 0) \frac{\partial E(\xi', 0; x_0)}{\partial \xi_p} \right) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\xi'. \end{aligned}$$

Перейдем в последней формуле к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$. Тогда

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} (E(\xi; x_0)A[u] - uA[E(\xi; x_0)]) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = a \frac{2^{v-2} \pi^{\frac{n}{2}}}{c^v} \times \\ & \times \prod_{i=1}^p C_{k_i} \prod_{i=1}^p \Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m+1}{m+2}\right) \left(\frac{2}{m+2}\right)^{-\frac{m}{2(m+2)}} u(x_0). \end{aligned}$$

Полагая в этой формуле

$$a = \frac{c^v \left(\frac{2}{m+2} \right)^{\frac{m}{2(m+2)}}}{2^{v-2} \pi^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^p C_{k_i} \prod_{i=1}^p \Gamma\left(\frac{k_i}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m+1}{m+2}\right)},$$

получаем интегральное представление решения уравнения (9).

Для всякой функции $u(x)$, удовлетворяющей условиям:

- а) $u(x) \in C_B^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$;
- б) $u(x) = o(1)$ при $x_n \rightarrow 0$;
- в) $L_B[u(x)] = 0, x \in \Omega$;

и для любой точки $x_0 \in \Omega$ справедливо интегральное представление

$$u(x_0) = \int_{\Gamma} (E(\xi; x_0) A[u] - u A[E(\xi; x_0)]) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma. \quad (17)$$

Из (17) вытекают следующие свойства решения уравнения (9):

1. Существуют решения $u(x)$ в области Ω , удовлетворяющие условию $u(x) = o(1)$ при $x_p \rightarrow 0$.

2. Существуют решения $u(x)$ в области $\Omega_e = E_p^+ \setminus \bar{\Omega}$, удовлетворяющие условию

$$u(x) = O(\rho_{xx0}^{-\gamma}), |x| \rightarrow \infty,$$

где $\rho_{xx0}^2 = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i0})^2 + \frac{4}{(m+2)^2} x_n^{m+2}$,

$$\gamma = \frac{n + \sum_{i=1}^p k_i - 2}{2} - \frac{m+4}{2(m+2)}.$$

3. Принцип максимума, вытекающий из интегрального представления (17), сформулируем в виде теоремы.

Теорема 1 (принцип максимума). Если $u(x) \in C_B^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$ – решение уравнения (3), такое что $u(x) = o(1)$ при $x_p \rightarrow 0$, то функция $u(x)$ достигает своего положительного наибольшего и отрицательного наименьшего значений на границе Γ , если она тождественно не равна нулю.

Постановка краевых задач Дирихле и Неймана и теоремы единственности

Внутренняя задача Дирихле (задача D_i). Требуется найти функцию $u(x)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x) \in C_B^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega}),$$

$$L_B[u(x)] = 0, x \in \Omega, \quad (18)$$

$$u(x) = o(1) \text{ при } x_p \rightarrow 0, \quad (19)$$

$$u|_{\Gamma} = \varphi(\xi), \xi \in \Gamma, \varphi(\xi) \in C(\Gamma). \quad (20)$$

Теорема 2. Задача D_i не может иметь более одного решения.

Доказательство. Предположим, что задача D_i имеет два различных решения $u_1(x)$ и $u_2(x)$. Рассмотрим разность $w(x) = u_1(x) - u_2(x)$. Функция $w(x)$ удовлетворяет условиям (18). При этом $w(x)|_{\Gamma} = 0$, а значит, согласно следствию к принципу максимума $w(x) \equiv 0$. Таким образом, $u_1(x) \equiv u_2(x)$. Полученное противоречие показывает, что задача D_i не может иметь более одного решения.

Внешняя задача Дирихле (задача D_e). Требуется найти функцию $u(x)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x) \in C_B^2(\Omega_e) \cap C(\bar{\Omega}_e),$$

$$L_B[u(x)] = 0, x \in \Omega_e, \quad (21)$$

$$\text{при } x_p \rightarrow 0,$$

$$u(x) = O(\rho_{xx0}^{-\gamma}), |x| \rightarrow \infty, \quad (22)$$

$$u|_{\Gamma} = \varphi(\xi), \xi \in \Gamma, \varphi(\xi) \in C(\Gamma). \quad (23)$$

Теорема 3. Задача D_e не может иметь более одного решения.

Доказательство. Пусть $u_1(x)$ и $u_2(x)$ – два различных решения задачи D_e . Рассмотрим разность $w(x) = u_1(x) - u_2(x)$. Функция $w(x)$ удовлетворяет условиям (21), (22), а также граничному условию $w(x)|_{\Gamma} = 0$.

Так как Ω – конечная область, то существует шар Q_R , такой что $\Omega \subset Q_R$. Обозначим через Ω_{eR} область, ограниченную поверхностью Γ , частью S_R^+ сферы S_R и гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}, x_n = 0$. Согласно (22) $\forall \varepsilon > 0 \exists R_0$ такое, что при $R \geq R_0$ на S_R^+ $|w| < \varepsilon$. Таким образом, на границе $S_R^+ \cup \Gamma$ $|w| < \varepsilon$. В силу принципа максимума $0 \leq |w| < \varepsilon$ в Ω_{eR} . Устремляя ε к нулю, получим $|w| \rightarrow 0$, откуда $w(x) = u_1(x) - u_2(x) \equiv 0$, или $u_1(x) \equiv u_2(x)$. Это означает, что если решение задачи D_e существует, то оно единственно.

Внутренняя задача Неймана (задача N_i). Требуется найти функцию $u(x)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x) \in C_B^2(\Omega) \cap C^1(\Omega \cup \Gamma) \cap C(\overline{\Omega}),$$

$$L_B[u(x)] = 0, x \in \Omega, \quad (24)$$

$$u(x) = o(1) \text{ при } x_p \rightarrow 0,$$

$$A[u]|_{\Gamma} = \psi(\xi), \xi \in \Gamma, \psi(\xi) \in C(\Gamma). \quad (25)$$

Теорема 4. Задача N_i не может иметь более одного решения.

Доказательство. Предположим, что задача N_i имеет два различных решения $u_1(x)$ и $u_2(x)$. Тогда функция $w(x) = u_1(x) - u_2(x)$ является четной по x_j , ($i = \overline{1, p}$), удовлетворяет условиям (24) и граничному условию $A[w]|_{\Gamma} = 0$.

Полагая в первой формуле Грина (15) $u = v = w$, получим

$$\int_D \left(x_n^m \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x_n} \right)^2 + c^2 x_n^m w^2 \right) \prod_{i=1}^p x_i^{k_i} dx = 0.$$

Тогда $w = 0$, а значит, $u_1(x) \equiv u_2(x)$, т.е. два предполагаемых решения не могут отличаться друг от друга, что и требовалось доказать.

Внешняя задача Неймана (задача N_e). Требуется найти функцию $u(x)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x) \in C_B^2(\Omega_e) \cap C^1(\Omega_e \cup \Gamma) \cap C(\overline{\Omega_e}),$$

$$L_B[u(x)] = 0, x \in \Omega_e, \quad (26)$$

$$u(x) = o(1) \text{ при } x_p \rightarrow 0,$$

$$u(x) = O(\rho_{xx0}^{-\gamma}), |\rho| \rightarrow \infty, \quad (27)$$

$$A[u]|_{\Gamma} = \psi(\xi), \xi \in \Gamma, \psi(\xi) \in C(\Gamma). \quad (28)$$

Теорема 5. Задача N_e не может иметь более одного решения.

Доказательство. Предположим, что задача N_e имеет два различных решения $u_1(x)$ и $u_2(x)$. Рассмотрим функцию $w(x) = u_1(x) - u_2(x)$, которая, очевидно, является четной по x_i , ($i = \overline{1, p}$), удовлетворяет условиям (26), (27) и граничному условию $A[w]|_{\Gamma} = 0$.

Полагая в первой формуле Грина (15) $u = v = w$, для области Ω_{eR} и переходя к пределу при $R \rightarrow \infty$, с учетом (27), получим

$$w(x) = u_1(x) - u_2(x) = 0,$$

или $u_1(x) \equiv u_2(x)$, что и требовалось доказать.

Потенциалы простого и двойного слоев и их свойства

С помощью фундаментального решения $E(\xi; x)$ образуем потенциал двойного слоя

$$W(x) = \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma,$$

где $A[\] = \xi_n^m \sum_{i=1}^{n-1} \cos(n, \xi_i) \frac{\partial}{\partial \xi_i} + \cos(n, \xi_n) \frac{\partial}{\partial \xi_n}$ – конормальная производная, $v(\xi) \in C(\Gamma)$.

Потенциал $W(x)$ является регулярным решением уравнения (9) в любой области из R_n^+ , не имеющей общих точек ни с гиперповерхностью Γ , ни с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$. В силу (13) $W(x) = o(1)$ при $x_n \rightarrow 0$.

Лемма 1. Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы, то

$$\int_{\Gamma} |A[E(\xi; x)]| \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma \leq C,$$

где C – постоянная.

Лемма 2 (Геллерстедта). Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы, то

$$\int_{\Gamma} A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = \begin{cases} I(x) - 1, & x \in \Omega; \\ I(x) - \frac{1}{2}, & x \in \Gamma; \\ I(x), & x \in \Omega_e, \end{cases}$$

где

$$I(x) = - \int_{\Gamma_1} \frac{\partial E(\xi'; 0; x)}{\partial \xi_n} \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\xi'.$$

Теорема 6. Пусть Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы. Тогда при $v \in C(\Gamma)$ имеют место следующие предельные соотношения:

$$W_i(x_0) = -\frac{v_0}{2} + \overline{W(x_0)},$$

$$W_e(x_0) = \frac{v_0}{2} + \overline{W(x_0)},$$

где $W_i(x_0)$ и $W_e(x_0)$ означают предельные значения потенциала $W(x)$ в точке $x_0 \in \Gamma$ при $x \rightarrow x_0$ соответственно изнутри и извне границы Γ ; $\overline{W(x_0)}$ – прямое значение потенциала $W(x)$

в точке $x_0 \in \Gamma$. Здесь $x_0 \in \Gamma$ – фиксированная точка границы Γ , $v_0 = v(x_0)$.

Доказательство теоремы следует из лемм 1 и 2.

С помощью фундаментального решения уравнения (9) образуем поверхностный потенциал простого слоя

$$V(x) = \int_{\Gamma} \mu(\xi) E(\xi; x) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma, \quad \mu(\xi) \in C(\Gamma). \quad (29)$$

Потенциал $V(x)$ является регулярным решением уравнения (9) в любой области, лежащей в R_n^+ , не имеющей общих точек ни с гиперповерхностью Γ , ни с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$.

Из свойств фундаментального решения следует, что потенциал $V(x)$ обладает следующими свойствами:

$$V(x) = o(1), \quad x_n \rightarrow 0,$$

$$V(x) = O(\rho_{x_0}^{-\gamma}), \quad |x| \rightarrow \infty.$$

Фундаментальное решение уравнения (9) имеет степенную особенность, поэтому потенциал (29) на границе Γ ведет себя как гармонический потенциал простого слоя.

Теорема 7. Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы, а $\mu \in C(\Gamma)$, то потенциал простого слоя $V(x)$ непрерывен в R_n^+ .

Теорема 8. Пусть Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы. Тогда при $\mu \in C(\Gamma)$ имеют место следующие предельные соотношения:

$$A_{x_0} [V(x_0)]_i = \frac{\mu_0}{2} + \overline{A_{x_0} [V(x_0)]},$$

$$A_{x_0} [V(x_0)]_e = -\frac{\mu_0}{2} + \overline{A_{x_0} [V(x_0)]},$$

где $A_{x_0} [V(x_0)]_i$ и $A_{x_0} [V(x_0)]_e$ – предельные значения конормальной производной потенциала простого слоя в точке $x_0 \in \Gamma$ соответственно изнутри и извне границы Γ , $\mu_0 = \mu(x_0)$; $\overline{A_{x_0} [V(x_0)]}$ – прямое значение конормальной производной потенциала простого слоя.

Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям и их исследование

Будем искать решение внутренней задачи Дирихле (задачи D_i) в виде потенциала двойного слоя

$$u(x) = W(x) = \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma. \quad (30)$$

Функция $u(x)$ удовлетворяет условиям (18), (19) задачи D_i . Плотность $v(\xi)$ найдем из требования, чтобы функция (30) удовлетворяла граничному условию (20) задачи D_i . Подставив $u(x)$ в граничное условие (20) и учитывая формулы предельного значения потенциала двойного слоя, получим

$$-\frac{v(x)}{2} + \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = \varphi(x).$$

Таким образом, задача D_i свелась к интегральному уравнению

$$v(x) - 2 \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = -2\varphi(x). \quad (31)$$

Решение внешней задачи Дирихле (задачи D_e) также будем искать в виде потенциала двойного слоя

$$u(x) = W(x) = \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma. \quad (32)$$

Функция $u(x)$ удовлетворяет условиям (21), (22) задачи D_e . Плотность $v(\xi)$ найдем из требования, чтобы функция (32) удовлетворяла граничному условию (23) задачи D_e .

Подставим $u(x)$ в граничное условие (23) и учитывая формулу предельного значения потенциала двойного слоя извне, получим

$$\frac{v(x)}{2} + \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = \varphi(x).$$

Таким образом, задача D_e свелась к интегральному уравнению

$$v(x) + 2 \int_{\Gamma} v(\xi) A[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = 2\varphi(x). \quad (33)$$

Решение внутренней задачи Неймана (задачи N_i) будем искать в виде потенциала простого слоя

$$u(x) = V(x) = \int_{\Gamma} \mu(\xi) E(\xi; x) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma. \quad (34)$$

Функция (34) удовлетворяет условиям (24) внутренней задачи Неймана. Плотность $\mu(\xi)$ найдем из требования, чтобы функция (34) удовлетворяла граничному условию (25) задачи N_i . Подставим $u(x)$ в граничное условие (25) и, учитывая формулу предельного значения конормальной производной потенциала простого слоя, получим

$$\frac{\mu(x)}{2} + \int_{\Gamma} \mu(\xi) A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = \psi(x).$$

Таким образом, задача N_i свелась к интегральному уравнению

$$\mu(x) + 2 \int \mu(\xi) A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = 2\psi(x). \quad (35)$$

Решение внешней задачи Неймана (задачи N_e) также будем искать в виде потенциала простого слоя

$$u(x) = V(x) = \int_{\Gamma} \mu(\xi) E(\xi; x) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma. \quad (36)$$

Функция (36) удовлетворяет условиям (26), (27) внешней задачи Неймана. Плотность $\mu(\xi)$ найдем из требования, чтобы функция (36) удовлетворяла граничному условию (28) задачи N_e . Подставив $u(x)$ в граничное условие (28) и учитывая формулы предельного значения конормальной производной потенциала простого слоя, получим

$$-\frac{\mu(x)}{2} + \int \mu(\xi) A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = \psi(x).$$

Таким образом, задача N_e свелась к интегральному уравнению

$$\mu(x) - 2 \int \mu(\xi) A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = -2\psi(x). \quad (37)$$

Из формулы (11) следует, что (31), (33), (35), (37) являются интегральными уравнениями со слабой особенностью. Ядра $A[E(\xi; x)]$ и $A_x[E(\xi; x)]$ получаются друг из друга перестановкой местами точек ξ и x . Так как эти ядра вещественные, то они сопряженные, а значит, (31) и (37), (33) и (35) – попарно сопряженные интегральные уравнения.

Рассмотрим сопряженные интегральные уравнения (31) и (37), соответствующие задачам D_i и N_e . Докажем, что данные уравнения разрешимы единственным образом при любых непрерывных на Γ функциях $\varphi(\xi)$, $\psi(\xi)$.

Рассмотрим однородное интегральное уравнение, соответствующее задаче N_e ,

$$\mu(x) - 2 \int \mu(\xi) A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = 0. \quad (38)$$

Допустим, что функция $\overline{\mu(\xi)}$ является ненулевым решением этого уравнения. Тогда функция

$$\overline{u(x)} = \int_{\Gamma} \overline{\mu(\xi)} E(\xi; x) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma$$

удовлетворяет условиям (26), (27) внешней задачи Неймана и граничному условию

$$A_x[\overline{u(x)}] \Big|_{\Gamma} = 0,$$

т.е.

$$A_x[\overline{u(x)}] \Big|_e = -\frac{\mu(x)}{2} + \int \overline{\mu(\xi)} A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma \equiv 0.$$

Отсюда, с учетом теоремы о единственности решения задачи N_e , имеем $\overline{u(x)} = 0$, $x \in \Omega_e$.

По теореме 7 потенциал простого слоя непрерывен в R_n^+ , поэтому

$$\overline{u(x)} = 0, x \in \Gamma. \quad (39)$$

В области Ω функция $\overline{u(x)}$ удовлетворяет уравнению (9) и в силу (39) обращается в нуль на границе Γ . Согласно теореме о единственности решения задачи D_i ,

$$\overline{u(x)} = 0, x \in \Omega.$$

Тогда

$$A_x[\overline{u(x)}] \Big|_i = \frac{\mu(x)}{2} + \int \overline{\mu(\xi)} A_x[E(\xi; x)] \prod_{j=1}^p \xi_j^{k_j} d\Gamma \equiv 0. \quad (40)$$

Вычитание (39) из (40) приводит к равенству

$$\overline{\mu(\xi)} = 0, x \in \Omega.$$

Это означает, что однородное уравнение (38) не имеет отличных от нуля решений. В силу альтернативы Фредгольма интегральное уравнение (37) задачи N_e однозначно разрешимо для любой непрерывной на Γ функции $\psi(\xi)$.

Таким образом, согласно известной теореме Фредгольма, значение параметра $\lambda = 2$ является правильным как для ядра $A_x[E(\xi; x)]$, так и для сопряженного ядра $A[E(\xi; x)]$. Следовательно, интегральное уравнение (31), соответствующее задаче D_i , однозначно разрешимо для любой непрерывной на границе Γ функции $\varphi(\xi)$.

Так как интегральные уравнения, соответствующие задачам D_i и N_e , разрешимы, то разрешимы и сами задачи D_i и N_e .

Теорема 9. Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы, то задача D_i для этой поверхности разрешима при любых непрерывных граничных данных и решение можно представить в виде потенциала двойного слоя.

Теорема 10. Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = \overline{1, p}$ и $x_n = 0$ прямые углы, то задача N_e для этой поверхности разрешима при любых непрерывных граничных данных и решение можно представить в виде потенциала простого слоя.

Рассмотрим интегральные уравнения (33) и (35), соответствующие задачам D_e и N_i . Интегральному уравнению задачи N_i соответствует однородное уравнение

$$\mu(x) + 2 \int \mu(\xi) A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma = 0. \quad (41)$$

Докажем, что уравнение (41) не имеет нетривиальных решений.

Предположим, что $\overline{\mu(\xi)}$ – ненулевое решение этого уравнения. Тогда функция

$$\overline{u(x)} = \int_{\Gamma} \overline{\mu(\xi)} E(\xi; x) \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma$$

удовлетворяет условиям (24) внутренней задачи Неймана и граничному условию $A[\overline{u(x)}]_{\Gamma} = 0$, т.е.

$$A_x[\overline{u(x)}]_{\Gamma} = \frac{\mu(x)}{2} + \int_{\Gamma} \overline{\mu(\xi)} A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma \equiv 0. \quad (42)$$

По теореме о единственности решения задачи N_i $\overline{u(x)} = 0$, $x \in \Omega$.

Так как потенциал простого слоя есть непрерывная функция в R_n^+ , то

$$\overline{u(x)} = 0, x \in \Gamma. \quad (43)$$

В области Ω_e функция $\overline{u(x)}$ удовлетворяет условиям (21) задачи D_e и в силу (43) обращается в нуль на границе Γ . По теореме о единственности решения задачи D_e

$$\overline{u(x)} = 0, x \in \Omega_e.$$

Тогда

$$A_x[\overline{u(x)}]_{\Gamma} = -\frac{\mu(x)}{2} + \int_{\Gamma} \overline{\mu(\xi)} A_x[E(\xi; x)] \prod_{i=1}^p \xi_i^{k_i} d\Gamma \equiv 0. \quad (44)$$

Вычитая из равенства (42) равенство (44), получим $\overline{\mu(\xi)} = 0$, $x \in \Omega$.

То есть однородное интегральное уравнение (41) имеет только тривиальное решение. В силу альтернативы Фредгольма интегральное уравнение (35) задачи N_i однозначно разрешимо для любой непрерывной на Γ функции $\psi(x)$. Таким образом, значение параметра $\lambda = -2$ – правильное для ядра $A_x[E(\xi; x)]$. По известной теореме Фредгольма оно является правильным и для сопряженного ядра $A[E(\xi; x)]$.

Отсюда следует, что интегральное уравнение (33) задачи D_e однозначно разрешимо для любой непрерывной на Γ функции $\varphi(\xi)$. Из разрешимости интегральных уравнений задач D_e и N_i следует, что разрешимы и сами задачи. Это приводит к следующим теоремам.

Теорема 11. Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = 1, p$ и $x_n = 0$ прямые углы, то задача D_e для этой поверхности разрешима при любых непрерывных граничных данных и решение можно представить в виде потенциала двойного слоя.

Теорема 12. Если Γ – поверхность Ляпунова, образующая с гиперплоскостями $x_i = 0, i = 1, p$ и $x_n = 0$ прямые углы, то задача N_i для этой поверхности разрешима при любых непрерывных граничных данных и решение можно представить в виде потенциала простого слоя.

Литература

1. Киприянов И.А. Сингулярные эллиптические краевые задачи. М.: Физматлит, 1997. 208 с.
2. Мухлисов Ф.Г. О существовании и единственности решения одной сингулярной задачи математической теории дифракции // Диф. уравнения. 1989. Т. 25, № 12. С. 2154–2164.
3. Мухлисов Ф.Г., Хисматуллин А.Ш. О потенциалах для одного вырождающегося В-эллиптического уравнения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Физ.-мат. науки. 2004. № 27. С. 5–9.
4. Нигмедзянова А.М. Исследование основных краевых задач для одного вырождающегося эллиптического уравнения методом потенциалов // Изв. вузов. Математика. 2007. № 1. С. 34–44.
5. Мухлисов Ф.Г., Нигмедзянова А.М. Решение краевых задач для вырождающегося эллиптического уравнения второго рода методом потенциалов // Изв. вузов. Математика. 2009. № 8. С. 57–70.
6. Нигмедзянова А.М. Решение краевых задач для одного многомерного вырождающегося эллиптического уравнения второго рода методом интегральных уравнений // Изв. Смоленского гос. ун-та. 2012. Вып. 4. С. 363–374.
7. Нигмедзянова А.М. Решение основных краевых задач одного многомерного вырождающегося эллиптического уравнения первого рода с отрицательным параметром методом потенциалов // Изв. Тульского гос. ун-та. Естеств. науки. 2013. Вып. 2, ч. 1. С. 40–49.
8. Чеботарева Э.В. Решение краевых задач для вырождающегося В-эллиптического уравнения второго рода методом потенциалов // Вест. Сам. гос. техн. ун-та. Физ.-мат. науки. 2008. № 2 (17). С. 38–48.
9. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. М.: Книга по требованию, 2012. 796 с.
10. Левитан Б.М. Теория операторов обобщенного сдвига. М.: Наука, 1973. 312 с.

References

1. Kipriyanov I.A. *Singulyarnye ellipticheskie kraevye zadachi* [Singular elliptic boundary value problems]. Moscow: Fizmatlit, 1997, 208 p.
2. Mukhlisov F.G. O sushchestvovanii i edinstvennosti resheniya odnoi singulyarnoi zadachi matematicheskoi teorii difraktsii [On existence and uniqueness of solution for a singular problem of

mathematical theory of diffraction]. *Dif. uravneniya*. 1989, vol. 25, No. 12, pp. 2154-2164.

3. Mukhlisov F.G., Khismatullin A.Sh. O potentsialakh dlya odnogo vyrozhdayushchegosya B-ellipticheskogo uravneniya [About the potentials for one degenerate B-elliptic equations]. *Vestn. Sam. gos. tekhn. un-ta. Fiz.-mat. nauki*. 2004, No. 27, pp. 5-9.

4. Nigmedzyanova A.M. Issledovanie osnovnykh kraevykh zadach dlya odnogo vyrozhdayushchegosya ellipticheskogo uravneniya metodom potentsialov [The study of basic boundary value problems for one degenerate elliptic equation by the method of potentials]. *Izv. vuzov. Matematika*. 2007, No. 1, pp. 34-44.

5. Mukhlisov F.G., Nigmedzyanova A.M. Reshenie kraevykh zadach dlya vyrozhdayushchegosya ellipticheskogo uravneniya vtorogo roda metodom potentsialov [Solution of boundary value problems for degenerate elliptic equation of the second kind by the method of potentials]. *Izv. vuzov. Matematika*. 2009, No. 8, pp. 57-70.

6. Nigmedzyanova A.M. Reshenie kraevykh zadach dlya odnogo mnogomernogo vyrozhdayushchegosya ellipticheskogo uravneniya vtorogo roda metodom integral'nykh uravnenii [Solution of boundary value problems for one multidimensional degenerating elliptic

equation of the second kind by the method of integral equations]. *Izv. Smolenskogo gos. un-ta*. 2012, iss. 4, pp. 363-374.

7. Nigmedzyanova A.M. Reshenie osnovnykh kraevykh zadach odnogo mnogomernogo vyrozhdayushchegosya ellipticheskogo uravneniya pervogo roda s otritsatel'nym parametrom metodom potentsialov [Solution of the basic boundary value problems for one multidimensional degenerating elliptic equation of the first kind with a negative parameter by the method of potentials]. *Izv. Tul'skogo gos. un-ta. Estestv. nauki*. 2013, iss. 2, ch. 1, pp. 40-49.

8. Chebotareva E.V. Reshenie kraevykh zadach dlya vyrozhdayushchegosya B-ellipticheskogo uravneniya vtorogo roda metodom potentsialov [Solution of boundary value problems for a degenerate B-elliptic equation of the second kind by the method of potentials]. *Vestn. Sam. gos. tekhn. un-ta. Fiz.-mat. nauki*. 2008, No. 2 (17), pp. 38-48.

9. Watson G.N. *Teoriya besselevykh funktsii* [Theory of Bessel functions]. Moscow: Kniga po trebovaniyu, 2012, 796 p.

10. Levitan B.M. *Teoriya operatorov obobshchennogo sdviga* [The theory of generalized shift operators]. Moscow: Nauka, 1973, 312 p.

УДК 517.982

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-34-38

БЫСТРО УБЫВАЮЩИЕ УЛЬТРАДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ

© 2018 г. Д.А. Полякова^{1, 2}

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²Владикавказский научный центр РАН, Владикавказ, Россия

RAPIDLY DECREASING ULTRADIFFERENTIABLE FUNCTIONS

D.A. Polyakova^{1, 2}

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

²Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz, Russia

Полякова Дарья Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математического анализа, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Милычакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия; старший научный сотрудник, отдел математического анализа, Владикавказский научный центр РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, РСО-Алания, 362027, Россия, e-mail: forsites1@mail.ru

Daria A. Polyakova - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Mathematical Analysis, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Senior Researcher, Department of Mathematical Analysis, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Marcusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia - Alania, 362027, Russia, e-mail: forsites1@mail.ru

Рассматриваются пространства ультрадифференцируемых функций в N -мерном пространстве, задаваемые с помощью некоторой весовой функции. Предлагается новый подход для определения пространства быстро убывающих ультрадифференцируемых функций. Основное отличие от более ранних подходов заключается в том, что весовые ограничения накладываются лишь на саму функцию и ее производные. До этого указанные ограничения накладывались еще и на преобразование Фурье рассматриваемой функции с его производными. В работе проверяются классические свойства, которыми должно обладать пространство быстро убывающих функций. Показано, что преобразование Фурье является автоморфизмом введенного пространства. Установлено, что данное пространство инвариантно относительно операции дифференцирования. Проверены стандартные непрерывные вложения между пространством пробных ультрадифференцируемых функций, пространством всех ультрадифференцируемых функций и исследуемым пространством быстро убывающих функций. Доказана плотность пространства пробных ультрадифференцируемых функций в рассматриваемом пространстве.

Ключевые слова: ультрадифференцируемые функции, пространство быстро убывающих функций, пробные функции, преобразование Фурье.

We consider spaces of ultradifferentiable functions on N -dimensional space determined by some weight function. We establish a new approach to introduce the space of rapidly decreasing ultradifferentiable functions. In this approach, weighted estimates are imposed on the function and its derivatives. In earlier approach such estimates were also imposed on the Fourier transform of the considering function and its derivatives. This is the main distinction of our work.

In the paper, we check the classical properties of spaces of rapidly decreasing functions. We prove that the Fourier transform is an automorphism of the introduced space. Then we obtain that this space is invariant under differentiation.

We also establish the standard embeddings for the space of tested ultradifferentiable functions, the space of all ultradifferentiable functions and the investigated space of rapidly decreasing functions. The density of the space of tested ultradifferentiable functions in the considered space is proved.

Keywords: ultradifferentiable functions, space of rapidly decreasing functions, test function, Fourier transform.

Как известно [1–3], пространство Шварца
 $S(R^N) = \{f \in C^\infty(R^N) : \forall p \in \mathbb{N} \quad \|f\|_p =$
 $= \sup_{|\alpha| \leq p} \sup_{x \in R^N} (1 + \|x\|)^p |f^{(\alpha)}(x)| < \infty \}$

быстро убывающих функций играет важную роль в гармоническом анализе. Здесь, как обычно, $C^\infty(R^N)$ – пространство всех бесконечно дифференцируемых комплекснозначных функций в R^N ;

$\|x\| = \max_{1 \leq k \leq N} |x_k|$ – норма элемента $x = (x_1, \dots, x_N)$ в R^N ; $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N) \in N_0^N$ – мультииндекс; $|\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_N$ – его длина; $f^{(\alpha)} = \frac{\partial^{|\alpha|} f}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_N^{\alpha_N}}$.

Пространство $S(R^N)$ наделяется естественной топологией, задаваемой набором норм $(\|\cdot\|_p)_{p \in \mathbb{N}}$, и является в ней пространством Фреше.

Напомним коротко основные свойства пространства $S(R^N)$. Прежде всего, хорошо известно, что преобразование Фурье

$$F: f \mapsto \hat{f}(y) := \int_{R^N} f(x) e^{-i\langle x, y \rangle} dx$$

является автоморфизмом $S(R^N)$, т.е. изоморфизмом из $S(R^N)$ на себя. Здесь, как обычно, $\langle x, y \rangle = \sum_{k=1}^N x_k y_k$. Далее, пространство $S(R^N)$ инвариантно относительно дифференцирования, т.е. $f^{(\alpha)} \in S(R^N)$ для любой функции $f \in S(R^N)$ и любого мультииндекса $\alpha \in N_0^N$. Наконец, имеются следующие непрерывные вложения пространств:

$$D(R^N) \subset S(R^N) \subset \varepsilon(R^N),$$

где $D(R^N)$ – пространство всех пробных функций в R^N , т.е. всех бесконечно дифференцируемых в R^N функций, имеющих компактные носители; $\varepsilon(R^N) = \tilde{N}^\infty(R^N)$. Пространства $D(R^N)$ и $\varepsilon(R^N)$ рассматриваются со своими классическими топологиями. Кроме того, как известно, пространство $D(R^N)$ плотно в $S(R^N)$.

Начиная с 60-х г. XX в. активно развивается [4–7] теория ультрадифференцируемых функций и ультрараспределений, для построения которой используются весовые функции. Напомним, что в соответствии с [5] под весовой функцией понимается непрерывная неубывающая функция $\omega: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, удовлетворяющая следующим условиям:

(а) существует $K \geq 1$ такое, что $\omega(x+y) \leq K(\omega(x) + \omega(y) + 1)$ при всех $x, y \geq 0$;

$$(\beta) \int_1^\infty \frac{\omega(t)}{t^2} dt < \infty;$$

$$(\gamma) \ln t = \bar{o}(\omega(t)) \text{ при } t \rightarrow \infty;$$

$$(\delta) \varphi_\omega(x) := \omega(e^x) \text{ выпукла на } [0, \infty).$$

Обычно для удобства предполагают, что $\omega(1) = 0$. Отметим, что при наложенных ограничениях $\omega(t) = \bar{o}(t)$ при $t \rightarrow \infty$.

Известно [8], что без ограничения общности условие (а) можно заменить более жестким требованием:

(а') для каждого $p > 1$ найдется $C > 0$ такое, что $\omega(x+y) \leq p(\omega(x) + \omega(y)) + C$ при всех $x, y \geq 0$.

Данное условие называется условием почти полуаддитивности сверху веса ω и было, по видимому, впервые введено в работах [9, 10].

В рамках данной теории определены пространства

$$\varepsilon_{(\omega)}(R^N) = \{f \in C^\infty(R^N): \forall l > 0 \quad \forall p \in \mathbb{N} \quad |f|_{\omega, l, p} :=$$

$$= \sup_{\alpha \in N_0^N} \sup_{\|x\| \leq l} \frac{|f^{(\alpha)}(x)|}{\exp p \varphi_\omega^* \left(\frac{|\alpha|}{p} \right)} < \infty \},$$

$$D_{(\omega)}(R^N) =$$

$$= \left\{ f \in C_0(R^N): \forall p \in \mathbb{N} \quad |f|_{\omega, p} := \int_{R^N} |\hat{f}(t)| e^{p\omega(t)} dt < \infty \right\}.$$

Здесь и далее φ_ω^* – функция, сопряженная с φ_ω по Юнгу.

Пространство $\varepsilon_{(\omega)}(R^N)$ называется пространством Берлинга ультрадифференцируемых функций, $D_{(\omega)}(R^N)$ – соответствующее ему пространство пробных ультрадифференцируемых функций. В определении $D_{(\omega)}(R^N)$ символом $C_0(R^N)$, как обычно, обозначается пространство всех непрерывных в R^N функций с компактными носителями, а под $\omega(t)$ для $t \in R^N$ понимается $\omega(\|t\|)$. Пространства $\varepsilon_{(\omega)}(R^N)$ и $D_{(\omega)}(R^N)$ наделяются своими естественными топологиями. Первое – топологией пространства Фреше, задаваемой набором преднорм $(\|\cdot\|_{\omega, l, p})_{l, p \in \mathbb{N}}$, второе – топологией внутреннего индуктивного предела, взятого по всем компактам K в R^N , пространств Фреше $D_{(\omega)}(K)$ функций из $D_{(\omega)}(R^N)$ с носителями в K с топологией, задаваемой набором преднорм $(\|\cdot\|_{\omega, p})_{p \in \mathbb{N}}$.

Заметим, что пространство $D_{(\omega)}(R^N)$ может быть еще записано в следующем виде:

$$D_{(\omega)}(R^N) = \left\{ f \in D(R^N) : \forall p \in \mathbb{N} \quad \|f\|_{\omega, p}^1 := \sup_{\alpha \in N_0^N} \sup_{x \in R^N} \frac{|f^{(\alpha)}(x)|}{\exp p\varphi_{\omega}^*\left(\frac{|\alpha|}{p}\right)} < \infty \right\}.$$

Если взять в качестве $\omega(t)$ функцию $\ln(1+t)$, то пространство $\varepsilon_{(\omega)}(R^N)$ совпадает с классическим пространством $\varepsilon(R^N)$.

Ранее аналог $S_{(\omega)}(R^N)$ пространства Шварца $S(R^N)$ для ультрадифференцируемых функций вводился с помощью оценок, накладываемых одновременно на функции и их преобразования Фурье [4, 6]. Именно полагали

$$S_{(\omega)}(R^N) = \left\{ f \in C^{\infty}(R^N) : \forall p \in \mathbb{N} \quad \|f\|_{\omega, p} := \max_{|\alpha| \leq p} \sup_{x \in R^N} \left(|f^{(\alpha)}(x)| + \left| \widehat{f}^{(\alpha)}(x) \right| \right) e^{p\omega(x)} < \infty \right\}.$$

Ясно, что при таком подходе практически невозможно проверить, входит ли данная функция f в $S_{(\omega)}(R^N)$ или нет, так как для проверки нужно вычислить ее преобразование Фурье, что является отдельной задачей.

В настоящей работе предлагается более естественный путь для определения $S_{(\omega)}(R^N)$, идентичный подходу Шварца. Именно положим

$$S_{(\omega)}(R^N) := \left\{ f \in C^{\infty}(R^N) : \forall p \in \mathbb{N} \quad \|f\|_p := \sup_{x \in R^N} \sup_{\alpha \in N_0^N} \frac{|f^{(\alpha)}(x)| e^{p\omega(x)}}{\exp p\varphi_{\omega}^*\left(\frac{|\alpha|}{p}\right)} < \infty \right\}.$$

Пространство $S_{(\omega)}(R^N)$ наделяется топологией пространства Фреше, задаваемой набором норм $(\|\cdot\|_p)_{p \in \mathbb{N}}$. Ясно, что та же самая топология может

быть задана набором норм $(\|\cdot\|_{p,q})_{p,q \in \mathbb{N}}$, где

$$\|f\|_{p,q} := \sup_{x \in R^N} \sup_{\alpha \in N_0^N} \frac{|f^{(\alpha)}(x)| e^{p\omega(x)}}{\exp q\varphi_{\omega}^*\left(\frac{|\alpha|}{q}\right)}.$$

Теорема 1. Преобразование Фурье является автоморфизмом $S_{(\omega)}(R^N)$.

Приведем короткую схему доказательства теоремы 1.

Выпишем нужные свойства весовых функций ω , φ_{ω} и φ_{ω}^* . Во-первых, известно [6], что при некотором $L > 1$

$$\varphi_{\omega}^*(y) \geq y + L\varphi_{\omega}^*\left(\frac{y}{L}\right) - L, \quad y \geq 0. \quad (1)$$

Во-вторых, условие (γ) на вес ω обеспечивает для любого $p > 1$ существование $C > 0$ такого, что

$$p\varphi_{\omega}^*\left(\frac{y+1}{p}\right) \leq \varphi_{\omega}^*(y) + C, \quad y \geq 0. \quad (2)$$

Далее на основании условия $\omega(t) = \bar{\omega}(t)$ при $t \rightarrow \infty$ доказывается, что для каждого $p > 0$ имеется $C > 0$, при котором

$$j! \leq C \exp p\varphi_{\omega}^*\left(\frac{j}{p}\right), \quad j \in N_0. \quad (3)$$

Наконец, снова используя условие (γ) и равенство $\varphi_{\omega}^{**} = \varphi_{\omega}$, можно показать, что для всех $q > p > 0$ найдется $C > 0$ такое, что

$$p\varphi_{\omega}(t) \leq \sup_{s \in N_0} \left(st - q\varphi_{\omega}^*\left(\frac{s}{q}\right) \right) + C, \quad t \geq 0. \quad (4)$$

Доказательство теоремы 1 состоит из трех пунктов.

1. Покажем, что преобразование Фурье F корректно определено на $S_{(\omega)}(R^N)$. Действительно, из условия (γ) на вес ω вытекает, что для любого $p > 0$ существует константа $A > 0$ такая, что $(1 + \|x\|)^p \leq A \exp \omega(x)$, $x \in R^N$. Отсюда следует, что пространство $S_{(\omega)}(R^N)$ непрерывно вложено в классическое пространство $S(R^N)$. Значит, отображение F корректно определено на $S_{(\omega)}(R^N)$, инъективно и обладает всеми свойствами, которые у него имеются на $S(R^N)$. В частности, $\widehat{f} \in C^{\infty}(R^N)$ для любой функции $f \in S_{(\omega)}(R^N)$ и

$$\widehat{f}^{(\alpha)}(y) = (-i)^{|\alpha|} \int_{R^N} x^{\alpha} f(x) e^{-i\langle x, y \rangle} dx, \quad y \in R^N, \quad \alpha \in N_0^N. \quad (5)$$

Здесь $x^{\alpha} = x_1^{\alpha_1} \dots x_N^{\alpha_N}$, $x \in R^N$.

2. Проверим, что F действует непрерывно из $S_{(\omega)}(R^N)$ в $S_{(\omega)}(R^N)$. Возьмем произвольную функцию $f \in S_{(\omega)}(R^N)$ и оценим величину

$|\widehat{f}^{(\alpha)}(y)|$, $\alpha \in N_0^N$, $y \in R^N$. Зафиксируем $p > 0$:

а) сначала рассмотрим случай $\|y\| \leq 1$. Введем обозначение $\|x\|_+ = \max\{\|x\|, 1\}$, $x \in R^N$. В силу условия (2) для произвольного $q > p$ найдется $C_1 > 0$ такое, что

$$q\varphi_\omega^*\left(\frac{s+N+1}{q}\right) \leq p\varphi_\omega^*\left(\frac{s}{p}\right) + C_1, \quad s \geq 0.$$

На основании неравенства $|\hat{f}^{(\alpha)}(y)| \leq \int_{R^N} \|x\|_+^{|\alpha|} |f(x)| dx$ и последней оценки получаем, что для всех рассматриваемых y и всех $\alpha \in N_0^N$

$$\frac{|\hat{f}^{(\alpha)}(y)| \exp p\omega(y)}{\exp p\varphi_\omega^*\left(\frac{|\alpha|}{p}\right)} \leq B_N \cdot e^{p+C_1} \cdot \|f\|_q, \quad (6)$$

где $B_N := \int_{R^N} \frac{dx}{\|x\|_+^{N+1}} < \infty$;

б) пусть теперь $\|y\| > 1$. Для определенности будем считать, что $\|y\| = |y_1|$. Интегрируя (5) по частям s раз по переменной x_1 и учитывая, что $x^\beta f^{(\gamma)}(x) \rightarrow 0$ при $\|x\| \rightarrow \infty$ для любых $\beta, \gamma \in N_0^N$, имеем

$$\hat{f}^{(\alpha)}(y) = (-i)^{|\alpha|-s} \frac{1}{y_1^s} \int_{R^N} S(x) e^{-i\langle x, y \rangle} dx, \quad (7)$$

где $S(x) := x_2^{\alpha_2} \dots x_N^{\alpha_N} \sum_{j=0}^{\alpha_1} C_{\alpha_1}^j \alpha_1(\alpha_1-1) \dots (\alpha_1-j+1) x_1^{\alpha_1-j} \frac{\partial^{s-j} f}{\partial x_1^{s-j}}(x)$.

Пусть, как в пункте а), $q > p$. Возьмем еще произвольное $r > 0$. В равенстве (7) воспользуемся сначала полуаддитивностью снизу функции φ_ω^* , затем условием (3). После этого перейдем к инфимуму по всем $s \in N_0$ и применим условие (4). В результате получим, что при некотором C_2 , зависящем только от p и q , справедливо неравенство

$$|\hat{f}^{(\alpha)}(y)| \leq C_2 \cdot B_N \cdot \|f\|_{r,q} \times \exp \left\{ |\alpha| \ln 4 + r\varphi_\omega^*\left(\frac{|\alpha|+N+1}{r}\right) \right\} e^{-p\omega(y)}.$$

Будем считать, что r достаточно велико по сравнению с p . Тогда на основании условий (1) и (2) предыдущая оценка может быть продолжена следующим образом:

$$|\hat{f}^{(\alpha)}(y)| \leq C_3 \cdot B_N \cdot \|f\|_{r,q} \cdot e^{-p\omega(y)} \cdot \exp p\varphi_\omega^*\left(\frac{|\alpha|}{p}\right). \quad (8)$$

Константа C_3 зависит от p, q и r .

Объединяя оценки (6) и (8), получаем, что

$$\|\hat{f}\|_p \leq C \|f\|_{\tilde{q}},$$

где $C := \max\{B_N \cdot e^{p+C_1}, C_3 \cdot B_N\}$, $\tilde{q} := \max\{q, r\}$. Поскольку $\tilde{N}$ не зависит от функции $f \in S_{(\omega)}(R^N)$, заключаем, что F действует непрерывно из $S_{(\omega)}(R^N)$ в $S_{(\omega)}(R^N)$.

3. Сюръективность отображения F , как и в классическом случае, вытекает из формулы обращения

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{R^N} \hat{f}(y) e^{i\langle x, y \rangle} dy.$$

Соответственно, взяв функцию $g \in S_{(\omega)}(R^N)$ и рассмотрев $f(x) = \frac{1}{(2\pi)^N} \hat{g}(-x)$, получим, во-первых,

что $\hat{f} = g$, а во-вторых, по аналогии с пунктом 2, что $f \in S_{(\omega)}(R^N)$.

Наконец, непрерывность обратного оператора F^{-1} следует из теоремы Банаха об открытом отображении. Теорема доказана.

В заключение сформулируем некоторые полезные свойства пространства $S_{(\omega)}(R^N)$, аналогичные свойствам классического пространства $S(R^N)$.

Предложение 1. Имеют место непрерывные вложения

$$D_{(\omega)}(R^N) \subset S_{(\omega)}(R^N) \subset \varepsilon_{(\omega)}(R^N).$$

Непрерывность вложения $D_{(\omega)}(R^N) \subset S_{(\omega)}(R^N)$ вытекает из оценок, установленных в [5, лемма 3.3], а непрерывность вложения $S_{(\omega)}(R^N) \subset \varepsilon_{(\omega)}(R^N)$ очевидна.

Предложение 2. Пространство $D_{(\omega)}(R^N)$ плотно в $S_{(\omega)}(R^N)$.

Возьмем функцию $\eta \in D_{(\omega)}(R^N)$, обладающую следующими свойствами: 1) $\eta(x) \equiv 1$, $\|x\| \leq 1$;

2) $0 \leq \eta(x) \leq 1$, $x \in R^N$; 3) $\eta(x) \equiv 0$, $\|x\| \geq 2$.

Положим $\eta_R(x) = \eta\left(\frac{x}{R}\right)$, $R > 0$. Тогда для произвольной функции $f \in S_{(\omega)}(R^N)$ получим, что

$\eta_R f \in D_{(\omega)}(R^N)$ и $\eta_R f \equiv f$ при $\|x\| \leq R$, $\eta_R f \equiv 0$ при $\|x\| \geq 2R$. Проводя стандартные рассуждения, заключаем, что $\eta_R f \rightarrow f$ в $S_{(\omega)}(R^N)$ при $R \rightarrow \infty$.

Предложение 3. Пространство $S_{(\omega)}(R^N)$ инвариантно относительно дифференцирования.

Для доказательства достаточно воспользоваться условием (2).

Литература

1. Schwartz L. Theorie des Distributions. I, II. Actualites Sci. Ind. Paris: Hermann, 1950, 1951. 317 p.
2. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. М.: Наука, 1979. 320 с.
3. Хёрмандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. I: Теория распределений и анализ Фурье. М.: Мир, 1986. 462 с.
4. Björck G. Linear partial differential operators and generalized distributions // Ark. Mat. 1966. Vol. 6. P. 351–407.
5. Braun R.W., Meise R., Taylor B.A. Ultradifferentiable functions and Fourier analysis // Result. Math. 1990. Vol. 17. P. 201–237.
6. Абанин А.В. Ультрадифференцируемые функции и ультрасредделения. М.: Наука, 2007. 222 с.
7. Абанин А.В. Ω -ультрасредделения // Изв. РАН. Сер. матем. 2008. Т. 72, № 2. С. 3–38.
8. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Almost subadditive weight functions form Braun-Meise-Taylor theory of ultradistributions // J. Math. Anal. Appl. 2010. Vol. 363. P. 296–301.
9. Abanina D.A. On Borel's theorem for spaces of ultradifferentiable functions of mean type // Results Math. 2003. Vol. 44. P. 195–213.
10. Абапина Д.А. О классах весов, используемых при определении пространств ультрадифференцируе-

мых функций // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2005. № 1. С. 3–7.

References

1. Schwartz L. Theorie des distributions. I, II. Actualites Sci. Ind. Paris: Hermann, 1950, 1951, 317 p.
2. Vladimirov V.S. Obobshchennye funktsii v matematicheskoi fizike [Generalized functions in mathematical physics]. Moscow: Nauka, 1979, 320 p.
3. Khermander L. Analiz lineinykh differentsial'nykh operatorov s chastnymi proizvodnymi [Analysis of linear differential operators with partial derivatives]. I: Distribution theory and Fourier analysis. Moscow: Mir, 1986, 462 p.
4. Björck G. Linear partial differential operators and generalized distributions. Ark. Mat. 1966, vol. 6, pp. 351–407.
5. Braun R.W., Meise R., Taylor B.A. Ultradifferentiable functions and Fourier analysis. Result. Math. 1990, vol. 17, pp. 201–237.
6. Abanin A.V. Ul'tradifferentsiruemye funktsii i ul'trasedreleniya [Ultradifferentiable functions and ultradistributions]. Moscow: Nauka, 2007, 222 p.
7. Abanin A.V. Ω -ul'trasedreleniya [Ω -ultradistribution]. Izv. RAN. Ser. matem. 2008, vol. 72, No. 2, pp. 3–38.
8. Abanin A.V., Pham Trong Tien. Almost subadditive weight functions form Braun-Meise-Taylor theory of ultradistributions. J. Math. Anal. Appl. 2010, vol. 363, pp. 296–301.
9. Abanina D.A. On Borel's theorem for spaces of ultradifferentiable functions of mean type. Results Math. 2003, vol. 44, pp. 195–213.
10. Abanina D.A. O klassakh vesov, ispol'zuemykh pri opredelenii prostranstv ul'tradiferentsiruemykh funktsii [On the classes of weights used in determining the spaces of ultra-differentiable functions]. Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki. 2005, No. 1, pp. 3–7.

УДК 539.3

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-39-45

СВОЙСТВА АКУСТИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ПЛОСКИХ ДЕФЕКТОВ

© 2018 г. М.Ю. Ремизов¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

PROPERTIES OF THE ACOUSTIC FILTER IN THE PERIODIC SYSTEM OF PLANAR DEFECTS

M.Yu. Remizov¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Ремизов Михаил Юрьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: remizov72@mail.ru

Mikhail Yu. Remizov - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Senior Researcher, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: remizov72@mail.ru

Определены коэффициенты отражения и прохождения в задачах о нормальном падении плоской волны на систему бесконечных периодических массивов цилиндрических полостей в упругом теле. Рассмотрен метод, позволяющий решать скалярную задачу дифракции как для одиночной полости, так и для любого их конечного числа при произвольных размерах цилиндрической решетки. В условиях низкочастотного режима задачи сводились к дискретизации основного интегрального уравнения, определенного на границе рассеивателей, расположенных в одном горизонтальном волноводе с абсолютно жесткими стенками. Полуаналитический метод, разработанный для плоских и трехмерных задач дифракции на трещинах, получил свое развитие для скалярных задач дифракции на плоской решетке цилиндров, что впервые позволило численно построить решение граничных интегральных уравнений, получить явные аналитические представления для волнового поля на границе рассеивателя и описать свойства параметров рассеяния в зависимости от внешних параметров задачи.

Ключевые слова: двоякопериодический массив, одномодовый режим, граничное интегральное уравнение, полуаналитический метод, коэффициенты отражения и прохождения, частота запираания, акустический фильтр.

The reflection and transmission coefficients in the problems of the normal plane wave incidence on the system of infinite periodic arrays of cylindrical cavities in an elastic body are determined. A method for solving the scalar diffraction problem for both a single cavity and any finite number of cavities at arbitrary sizes of a cylindrical lattice is considered. Under low-frequency conditions, the problems were reduced to the discretization of the basic integral equation defined on the boundary of the scatterers located in a single horizontal waveguide with absolutely rigid walls. The semi-analytical method developed for plane and three-dimensional problems of diffraction on cracks was developed for scalar problems of diffraction on a flat lattice of cylinders, which for the first time allowed to construct numerically the solution of boundary integral equations and to obtain explicit analytical representations for the wave field on the boundary of the diffuser and to describe the properties of the scattering parameters depending on the external parameters of the problem.

Keywords: doubly-periodic array, single-mode operation, boundary integral equation, semi-analytical method, reflection and transmission coefficients, locking frequency, acoustic filter.

Исследуются новейшие свойства метаматериалов с применением в механической, электромагнитной и акустической областях [1–3]. Большинство теоретических подходов основывается на использовании численных методов, таких как методы

конечных или граничных элементов. В последние годы развивается и экспериментальная база, посвященная данной теме. Существуют также полуаналитические методы, применяемые для бесконечных или полубесконечных периодических структур.

тур, которые основаны на некоторых асимптотических оценках (низкочастотных или высокочастотных) и справедливы только в дальней зоне волнового поля [4–7]. В [8–12] приведены аналитические формулы для коэффициентов отражения и прохождения в низкочастотном диапазоне скалярных акустических или электромагнитных и упругих волн, проникающих через периодические системы отверстий произвольной формы и объемных препятствий. По двумерным задачам о распространении волн через периодическую решетку экранов в упругих телах [13, 14] можно отнести к одноперидической системе трещин, [15, 16] – к двоякоперидической. В [17–19] решены задачи дифракции на плоской решетке цилиндрических полостей. Следует отметить, что проводился анализ волновых свойств упругих сред, содержащих периодические структуры и более сложной физической природы – поры, включения [20–22].

Некоторые аспекты акустических метаматериалов, обладающих свойством запирания распространяющейся волны на определенных частотах за счет их наполнения отверстиями произвольной формы и объемными препятствиями в виде периодических структур, обсуждаются в [23–27].

Для изучения фильтрационных свойств метаматериалов рассматривается нормальное падение плоской волны $p^{inc} = e^{ikx_1}$ в неограниченной среде на двоякоперидическую систему бесконечных по направлению x_3 $M(>2)$ массивов, каждый из которых представляет собой одноперидическую систему отверстий, вертикально расположенных при $x=0, d, 2d, \dots, (M-1)d$. Вследствие симметрии решения в каждом сечении $x_3 = const$ будут одинаковыми. Поэтому вопрос сводится к рассмотрению плоского волновода шириной d , куда войдут $M(>2)$ отверстий (рис. 1).

Считаем, что при нормальном падении волны $e^{i(kx_1 - \omega t)}$ имеет место режим распространения одной моды при $kd/2 < \pi$, где k – волновое число; d – период данной системы в вертикальном и горизонтальном направлениях. Полуаналитические результаты получены для случая, когда расстояние между соседними параллельными массивами d и длина падающей волны $\lambda = 2\pi/k$ являются такими, что выполняются условия $r_0 \leq d/2$; $\lambda/d \gg 1$. В результате удается обнаружить ряд новых физических свойств, характерных для скалярного случая.

Предполагается, что общее волновое поле есть сумма падающих и отраженных волн $p = p^{inc} + p^{sc}$, где p^{sc} – рассеянная составляющая;

гармонический временной множитель берется в виде $e^{-i\omega t}$ и далее опускается. В такой постановке волновое поле удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta p + k^2 p = 0. \quad (1)$$

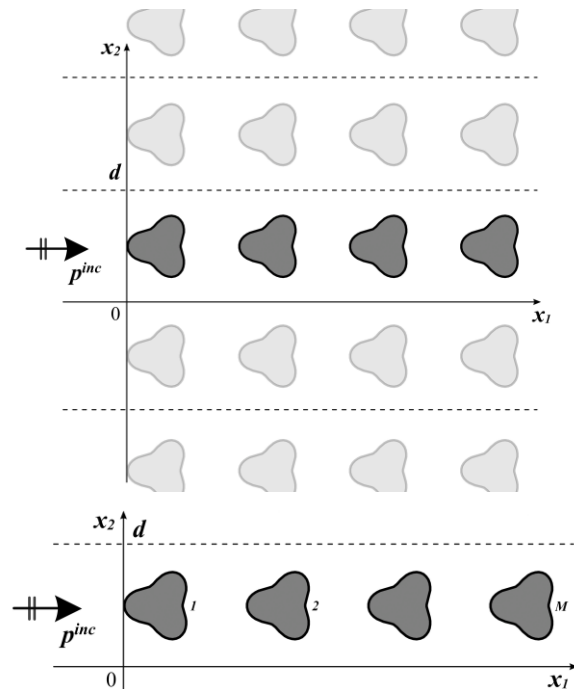


Рис. 1. Падение плоской волны на периодический массив бесконечных цилиндрических отверстий / Fig. 1. Incidence of the plane wave on a periodic array of infinite cylindrical holes

Наличие массива отверстий в среде учитывается при удовлетворении граничного условия. Предположение неподвижности (жесткости) границы отверстия соответствует условию типа Неймана $\mathbf{v}_n|_l = 0$, где $\mathbf{v}$ – вектор скорости; $\mathbf{n}$ – вектор нормали, направленный наружу к границе; l – контур границы.

Это граничное условие непроницаемости может быть выражено в терминах давления ($v = 1/i\rho\omega \cdot \partial p / \partial n$).

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_l = 0, \quad \left. \frac{\partial p^{inc}}{\partial n} \right|_l = - \left. \frac{\partial p^{sc}}{\partial n} \right|_l.$$

Согласно [27], в случае бесконечного массива отверстий вдоль x_2 сведение задачи к решению в слое возможно только для граничного контура, симметричного относительно x_1 (поперечное сечение каждого цилиндрического отверстия должно иметь симметричную форму относительно x_1). При

этом сечения различных отверстий внутри выбранного горизонтального слоя могут отличаться друг от друга. Зададим количество вертикальных рядов отверстий в массиве (M) и в одном ряду (N). Бесконечному вдоль x_2 массиву соответствует $N = \infty$. Таким образом, для $N = \infty$ задача сводится к решению в слое и будут учитываться только отверстия, расположенные в этом слое. Поэтому $l = \sum_{j=1}^M l_{jm}$.

Для акустически жесткой границы метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) сводит задачу дифракции к интегральному уравнению Фредгольма второго рода на границе дифракционного тела:

$$\frac{1}{2} p(x) - \int_l p(y) \frac{\partial \Phi(y; x)}{\partial n_y} dl_y = e^{ikx_1}, x \in l, \quad (2)$$

где $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2)$. Функция Грина $\Phi(y; x)$ выражается в терминах функции Ханкеля $\Phi(y, x) = i/4 H_0^{(1)}(k|x - y|)$, что приводит к соотношению

$$\frac{\partial \Phi(y, x)}{\partial n_y} = -\frac{ik}{4} H_1^{(1)}(kr) \frac{(r, n_y)}{r},$$

где $r = |x - y|$ – расстояние между двумя точками на контуре. В такой постановке интегрирование проводится вдоль границы каждого отверстия, представленного в текущей среде. Очевидно, что при бесконечном количестве отверстий в одном из направлений такой расчет не может быть сделан «в лоб». Однако, как показано в [27], в случае нормального падения волн и симметричных дырок относительно x_1 задачу можно свести к решению в одном слое. Фундаментальное решение волнового уравнения (1), действительного в одном слое, можно получить при дополнительных условиях периодичности

$$p(y_1, 0) = p(y_1, d), \quad \frac{\partial p}{\partial y_2}(y_1, 0) = \frac{\partial p}{\partial y_2}(y_1, d)$$

в одномодовом режиме распространении волны $k < 2\pi/d$, где d – толщина одного горизонтального слоя. Тогда функция Грина выражается формулой [3, 27]

$$\Phi(y, x) = \frac{ie^{ik|y_1 - x_1|}}{2kd} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-\beta_n|y_1 - x_1|} \cos[(2\pi n/d)(y_2 - x_2)]}{\beta_n d},$$

где ограничение по частоте гарантирует, что $\beta_n = \sqrt{(2\pi n/d)^2 - k^2} > 0$. Формулы, полученные в [3, 27], позволяют выполнить численное решение опи-

санной проблемы методами граничных элементов и коллокации, для чего контур каждого отверстия делится на конечное число n малых контуров, что позволяет заменить интеграл в (2) суммой n интегралов. Для двоякопериодического массива отверстий интеграл заменяется двойной суммой, где первое суммирование будет происходить по контурам всех отверстий.

$$\int_l \left[p(y) \frac{\partial \Phi(y; x)}{\partial n_y} \right] dl_y = \sum_{j=1}^M \sum_{m=1}^n \int_{l_{jm}} \left[p(y) \frac{\partial \Phi(y; x)}{\partial n_y} \right] dl_{jm}. \quad (3)$$

Для бесконечной однопериодической системы, расположенной вдоль вертикальной оси, суммирование по j не ведется ($M=1$). Рассматривается единственный контур.

Узлы расчетной сетки располагаются в центре каждого малого контура l_{jm} . Следуя методу коллокации, как «внешние» (x), так и «внутренние» (y) точки в уравнении (3) будут пробегать одно и то же множество узлов. При условии, что введенные контуры достаточно малы, подынтегральную функцию можно заменить ее значением на узле, соответствующим текущему контуру. Поскольку интеграл постоянного значения известен, это приводит к дискретной форме основного интегрального уравнения задачи

$$\frac{1}{2} p(x^{uw}) - \sum_{j=1}^{NM} \sum_{m=1}^n \left[p(y^{jm}) \frac{\partial \Phi(y^{jm}; x^{uw})}{\partial n_y^{jm}} \right] \Delta l_{jm} = e^{ikx_1}, \quad (4)$$

$x^{uw} \in l_{uw}$.

Заметим, что когда точки обеих переменных лежат на одном вычислительном узле $x_{jm} = y_{jm}$, в ядре возникает сингулярность, которая может быть высчитана точно, если брать интеграл по малому контуру. Известно, что вклад этого значения мал по сравнению с вкладом 1/2 первого члена ГИУ (4), поэтому в численном расчете им можно пренебречь.

Зная распределение волнового поля на границе, можно получить поле отраженного и полного давления в произвольной точке текущей среды. Согласно методу ГИУ [19, 20], рассеянное волновое поле в произвольной точке имеет следующее интегральное представление:

$$p^{sc}(z) = \int_l \left[p(y) \frac{\partial \Phi(y; z)}{\partial n_y} \right] dl_y, \quad z \notin l.$$

Далее общее волновое поле в заданной точке вычисляется как

$$p(z) = p^{sc}(z) + p^{inc}(z).$$

Приближенные формулы дальней зоны, выраженные в терминах коэффициентов отражения R и прохождения T для бесконечного вдоль оси x_2 массива, получены в [3, 27]

$$p^{sc}(z) = Re^{-ikx_1}, \quad p(z) = Te^{ikx_1},$$

где коэффициенты записываются в виде интегралов

$$R = -\frac{1}{2d} \int_l p(y) e^{iky_1} n_1(y) dy,$$

$$T = 1 + \frac{1}{2d} \int_l p(y) e^{-iky_1} n_1(y) dy.$$

Отметим, что значения R и T могут быть получены только в бесконечном случае (рис. 2–4).

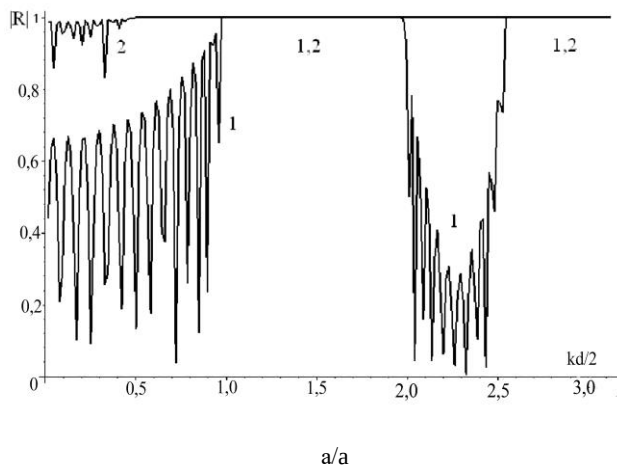


Рис. 2. Функции $|R(kd/2)|$: а – $M = 15$, кривая 1 – $r_0 = 0,0075\lambda$, кривая 2 – $r_0 = 0,01\lambda$; б – $M=10; 20; 30$ / Fig. 2. The function $|R(kd/2)|$: а – $M = 15$, curve 1 – $r_0 = 0.0075 m$, curve 2 – $r_0 = 0.01 m$; б – $M = 10, 20, 30$

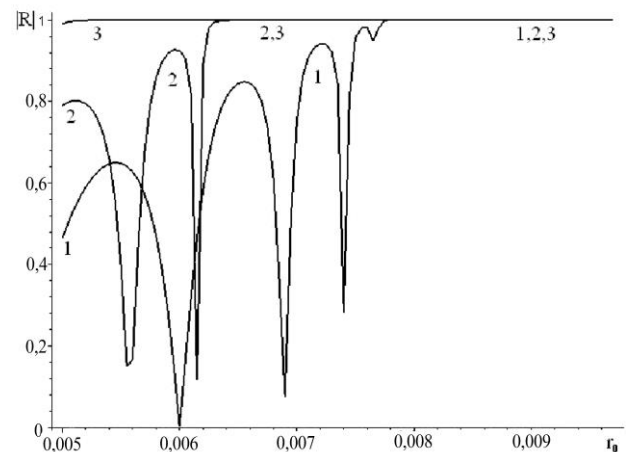


Рис. 3. Функция $|R(r_0)|$ для $M = 15$: кривая 1 – $kd/2 = 0,3\pi$; кривая 2 – $kd/2 = 0,6\pi$; кривая 3 – $kd/2 = 0,9\pi$ / Fig. 3. The function $|R(r_0)|$ for $M = 15$: curve 1 – $kd/2 = 0.3\pi$, curve 2 – $kd/2 = 0.6\pi$, curve 3 – $kd/2 = 0.9\pi$

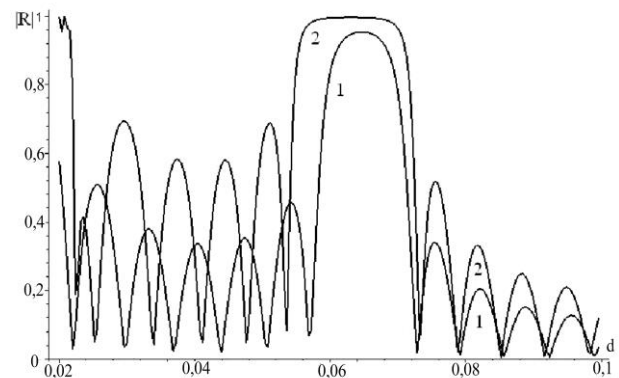


Рис. 4. Функции $|R(d)|$ для $M = 10, k = 15\pi/\lambda$: кривая 1 – $r_0 = 0,0075\lambda$, кривая 2 – $r_0 = 0,01\lambda$ / Fig. 4. The function $|R(d)|$ for $M = 10, k = 15\pi/m$: curve 1 – $r_0 = 0.0075 m$, curve 2 – $r_0 = 0.01 m$

Как и для системы трещин [7–9, 13–16], при численном анализе качественных свойств рассматриваемой геометрии неоднородностей в рамках предложенного здесь метода сделаем основной акцент на физических свойствах системы как акустического фильтра. Исследуем возможность использования рассматриваемой правильной решетки искусственных отверстий, изготовленных в упругом материале, для организации частотных интервалов запирания при прохождении плоской продольной волны. В численных экспериментах данного исследования для решения системы линей-

ных алгебраических уравнений были взяты минимум по $n = 2^5 = 32$ узла. Рассмотрены круглые отверстия радиусом $r_0 = 0,0075\lambda$. Расстояние между двумя соседними отверстиями принято одинаковым в обоих направлениях и равным толщине слоя $d = 0,02\lambda$. В качестве моделируемой среды распространения волны использовалась сталь со скоростью продольной волны $c = 6000\lambda/\text{с}$. При этом ограничение $k < 2\pi/d$ позволяет сравнивать оба метода до частоты, не превышающей значения $f = 300\text{ KHz}$.

Здесь не демонстрируются графики для коэффициента прохождения $|T|$, так как он связан с коэффициентом отражения $|R|$ простым энергетическим соотношением $|R|^2 + |T|^2 = 1$, которое постоянно контролировалось при выполнении расчетов.

Выводы

1. Поведение функции $|R(kd/2)|$ для системы из конечного множества периодических систем при выборе размера неоднородности r_0 характеризуется тем же свойством – интервалы запираания с ростом r_0 смещаются влево и превращаются в один, который полностью охватывает весь одномодовый диапазон. В связи с этим управление волновым процессом с помощью выбора размера неоднородности оказывается весьма эффективным. Из рис. 2а следует, что полное запираание волнового канала достигается лишь для наибольшего размера отверстия $2r_0 \approx d$, когда диаметр становится близок к ширине волновода, что не противоречит физике процесса. В примере для 15 систем график функции $|R(kd/2)|$ сразу выходит на постоянное поведение на всем интервале без частот пропускания где-нибудь в средней области (кривая 2). Для меньшего диаметра отверстия имеются две выделяющиеся полосы запираания на средних ($1 < kd/2 < 2$) и высоких частотах ($kd/2 > 2,6$) (кривая 1). Необходимо отметить, что выбор более крупных отверстий в подобных частотных фильтрах является самым эффективным, так как это позволяет создать режимы фильтрации в произвольной точке одномодового частотного диапазона, отличного от предельно больших частот.

2. Анализ рис. 2б позволяет сделать вывод о том, что обнаруженные два запирающих интервала частот остаются неподвижными как для десяти, так и для большего числа периодических систем. Картины для 10, 20 и 30 систем зрительно не различимы между собой.

3. При управлении зависимостью $|R(r_0)|$ при фиксированной частоте наблюдается различный характер поведения (рис. 3). Чем больше частота (кривая 3), тем раньше функция $|R(r_0)|$ превращается в постоянную со значением, равным единице на всем одномодовом интервале. Для малой и средней частоты диапазона (кривые 1, 2) имеются дискретные радиусы, при которых наблюдается пропускание.

4. Для заданных r_0 и k у функции $|R(d)|$ достигаются как локальные максимумы, так и минимумы, что соответствует росту и снижению отражения соответственно. При этом выделяется интервал, на котором создается полное отражение (рис. 4). Такие значения расположены в середине рассмотренного диапазона изменения величины d . Большему размеру отверстия соответствует более широкий интервал по d , на котором наступает полное отражение волны. Таким образом, при большем числе периодических систем имеющееся свойство акустических фильтров достигается не только для относительно крупных отверстий, что вполне естественно, а также при их среднем размере.

Автор выражает благодарность профессору ЮФУ М.А. Сумбатьяну за внимание к работе и ценные замечания.

Литература

1. Guenneau S., Craster R. V. Acoustic Metamaterials Negative Refraction, Imaging, Lensing and Cloaking. Dordrecht; Heidelberg; New York; London: Springer, 2013. 324 p.
2. Deymier P.A. Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. 378 p.
3. Popuzin V.V., Zotov V.M., Sumbatyan M.A. Theoretical and experimental study of an acoustically active material containing a doubly-periodic system of cylindrical holes // Advanced Materials – Techniques, Physics, Mechanics and Applications / ed. by S.-H. C.R. B. Hamil, I.A. Parinov and M.A. Jani. Springer, Proceedings in Physics. Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer, 2017. P. 293–308.
4. Шендеров Е.Л. Прохождения звука через жесткий экран конечной толщины с отверстиями // Акуст. журн. 1970. Т. 16, № 2. С. 295–304.
5. Achenbach J.D., Li Z.L. Reflection and transmission of scalar waves by a periodic array of screens // Wave Motion. 1986. № 8. P. 225–234.
6. Miles J.W. On Rayleigh scattering by a grating // Wave Motion. 1982. № 4. P. 285–292.
7. Scarpetta E., Sumbatyan M.A. On the oblique wave penetration in elastic solids with a doubly periodic

array of cracks // *Quarterly of Applied Mathematics*. 2000. № 58. P. 239–250.

8. Sumbatyan M.A., Remizov M.Yu. On the theory of acoustic metamaterials with a triple-periodic system of interior obstacles // *Advan. Struct. Materials*. 2017. Vol. 41. P. 19–33.

9. Scarpetta E., Sumbatyan M.A. On wave propagation in elastic solids with a doubly periodic array of cracks // *Wave Motion*. 1997. № 25. P. 61–72.

10. Zarrillo G., Aguiar K. Closed-form low frequency solutions for electromagnetic waves through a frequency selective surface // *IEEE Trans. Anten. Prop.* 1988. № AP-35. P. 1406–1417.

11. Remizov M.Yu., Sumbatyan M.A. 3-D one-mode penetration of elastic waves through a doubly periodic array of cracks // *Mathematics and Mechanics of Solids*. 2018. Vol. 23 (4). P. 636–650.

12. Scarpetta E., Tibullo V. On the three-dimensional wave propagation through cascading screens having a periodic system of arbitrary openings // *Int. J. Eng. Sci.* 2008. № 46. P. 105–111.

13. Angel Y.C., Achenbach J.D. Harmonic waves in an elastic solid containing a doubly periodic array of cracks // *Wave Motion*. 1987. № 9. P. 377–385.

14. Scarpetta E. In-plane problem for wave propagation through elastic solids with a periodic array of cracks // *Acta Mechanica*. 2002. № 154. P. 179–187.

15. Angel Y.C., Bolshakov A. In-plane waves in an elastic solid containing a cracked slab region // *Wave Motion*. 2000. № 31. P. 297–315.

16. Mykhaskiv V.V., Zhabadynskyi I.Ya., Zhang Ch. Dynamic stresses due to time-harmonic elastic wave incidence on doubly periodic array of penny-shaped cracks // *J. Math. Sci.* 2014. № 203. P. 114–122.

17. Глазнов В.Е. Дифракция плоской продольной волны на решетке из цилиндрических полостей в упругой среде // *Акуст. журн.* 1967. Т. 13, № 3. С. 352–360.

18. Клюкин И.И., Чабанов В.Е. Дифракция звука на плоской решетке цилиндров // *Акуст. журн.* 1974. Т. 20, № 6. С. 848–856.

19. Сумбатян М.А., Чунахин А.А. Прохождение плоской волны через упругую среду, содержащую периодическую систему объемных дефектов // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 1999. № 4. С. 37–38.

20. Scarpetta E., Sumbatyan M.A. Wave propagation through elastic solids with a periodic array of arbitrarily shaped defects // *Math. and Comp. Modelling*. 2003. Vol. 37, iss. 1, 2. P. 19–28.

21. Datta S.K. Diffraction of plane elastic waves by ellipsoidal inclusions // *J. of the Acoustical Society of America*. 1977. Vol. 61. P. 1432–1437.

22. Willis J.R. A polarization approach to the scattering of elastic waves – II. Multiple scattering from inclusions // *J. of Mechanics and Physics of Solids*. 1980. Vol. 28. P. 307–327.

23. Liu Z., Zhang X., Mao Y., Zhu Y.Y., Yang Z., Chan C.T., Sheng P. Locally resonant sonic materials // *Science*. 2000. № 289 (5485). P. 1734–1736.

24. Craster R.V., Guenneau S. *Acoustic Metamaterials*. Springer Series in Materials Science. Dordrecht: Springer, 2013. № 166.

25. Huang H.H., Sun C.T., Huang G.L. On the negative effective mass density in acoustic metamaterials // *Int. J. Eng. Sci.* 2009. № 47. P. 610–617.

26. Yang Ch., Achenbach J.D. Time domain scattering of elastic waves by a cavity, represented by radiation from equivalent body forces // *Int. J. Eng. Sci.* 2017. № 115. P. 43–50.

27. Twersky V. Multiple scattering of sound by a periodic line of obstacles // *The J. of the Acoustical Society of America*. 1973. Vol. 53, iss. 1.

References

1. Guenneau S., Craster R.V. *Acoustic Metamaterials Negative Refraction, Imaging, Lensing and Cloaking*. Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer, 2013, 324 p.

2. Deymier P.A. *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013, 378 p.

3. Popuzin V.V., Zotov V.M., Sumbatyan M.A. Theoretical and experimental study of an acoustically active material containing a doubly-periodic system of cylindrical holes. *Advanced Materials - Techniques, Physics, Mechanics and Applications*. Ed. by S.-H. C.R. B. Hamil, I.A. Parinov and M.A. Jani. Proceedings in Physics. Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2017, pp. 293–308.

4. Shenderov E.L. Prokhozheniya zvuka cherez zhestkii ekran konechnoi tolshchiny s otverstiyami [Propagation of sound through a screen of arbitrary wave thickness with gaps]. *Akust. zhurn.* 1970, vol. 16, No. 2, pp. 295–304.

5. Achenbach J.D., Li Z.L. Reflection and transmission of scalar waves by a periodic array of screens. *Wave Motion*. 1986, No. 8, pp. 225–234.

6. Miles J.W. On Rayleigh scattering by a grating. *Wave Motion*. 1982, No. 4, pp. 285–292.

7. Scarpetta E., Sumbatyan M.A. On the oblique wave penetration in elastic solids with a doubly periodic array of cracks. *Quarterly of Applied Mathematics*. 2000, No. 58, pp. 239–250.

8. Sumbatyan M.A., Remizov M.Yu. On the theory of acoustic metamaterials with a triple-periodic system of interior obstacles. *Advan. Struct. Materials*. 2017, vol. 41, pp. 19–33.

9. Scarpetta E., Sumbatyan M.A. On wave propagation in elastic solids with a doubly periodic array of cracks. *Wave Motion*. 1997, No. 25, pp. 61–72.

10. Zarrillo G., Aguiar K. Closed-form low frequency solutions for electromagnetic waves through a frequency selective surface. *IEEE Trans. Anten. Prop.* 1988, No. AP-35, pp. 1406-1417.
11. Remizov M.Yu., Sumbatyan M.A. 3-D one-mode penetration of elastic waves through a doubly periodic array of cracks. *Mathematics and Mechanics of Solids*. 2018, vol. 23 (4), pp. 636-650.
12. Scarpetta E., Tibullo V. On the three-dimensionl wave propagation through cascading screens having a periodic system of arbitrary openings. *Int. J. Eng. Sci.* 2008, No. 46, pp. 105-111.
13. Angel Y.C., Achenbach J.D. Harmonic waves in an elastic solid con-taining a doubly periodic array of cracks. *Wave Motion*. 1987, No. 9, pp. 377-385.
14. Scarpetta E. In-plane problem for wave propagation through elastic solids with a periodic array of cracks. *Acta Mechanica*. 2002, No. 154, pp. 179-187.
15. Angel Y.C., Bolshakov A. In-plane waves in an elastic solid containing a cracked slab region. *Wave Motion*. 2000, No. 31, pp. 297-315.
16. Mykhaskiv V.V., Zhabdynskiy I.Ya., Zhang Ch. Dynamic stresses due to time-harmonic elastic wave incidence on doubly periodic array of penny-shaped cracks. *J. Math. Sci.* 2014, No. 203, pp. 114-122.
17. Glazanov V.E. Difraktsiya ploskoi prodol'noi volny na reshetke iz tsilindricheskikh polostei v uprugoi srede [Plane longitudinal wave diffraction on a grating of cylindrical cavities in an elastic medium]. *Akust. zhurn.* 1967, vol. 13, No. 3, pp. 352-360.
18. Klyukin I.I., Chabanov V.E. Difraktsiya zvuka na ploskoi reshetke tsilindrov [Sound diffraction on a plane grating of cylinders]. *Akust. zhurn.* 1974, vol. 20, No. 6, pp. 848-856.
19. Sumbatyan M.A., Chupakhin A.A. Prokhozhdenie ploskoi volny cherez upruguyu sredu, sodержashchuyu periodicheskuyu sistemu ob'emnykh defektov [Plane wave propagation through an elastic medium with a periodic system of volumetric defects]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 1999, No. 4, pp. 37-38.
20. Scarpetta E., Sumbatyan M.A. Wave propagation through elastic solids with a periodic array of arbitrarily shaped defects. *Math. and Comp. Modelling*. 2003, vol. 37, iss. 1, 2, pp. 19-28.
21. Datta S.K. Diffraction of plane elastic waves by ellipsoidal inclusions. *J. of the Acoustical Society of America*. 1977, vol. 61, pp. 1432-1437.
22. Willis J.R. A polarization approach to the scattering of elastic waves - II. Multiple scattering from inclusions. *J. of Mechanics and Physics of Solids*. 1980, vol. 28, pp. 307-327.
23. Liu Z., Zhang X., Mao Y., Zhu Y.Y., Yang Z., Chan C.T., Sheng P. Locally resonant sonic materials. *Science*. 2000, No. 289 (5485), pp. 1734-1736.
24. Craster R.V., Guenneau S. *Acoustic Metamaterials. Springer Series in Materials Science*. Dordrecht: Springer, 2013, No. 166.
25. Huang H.H., Sun C.T., Huang G.L. On the negative effective mass density in acoustic metamaterials. *Int. J. Eng. Sci.* 2009, No. 47, pp. 610-617.
26. Yang Ch., Achenbach J.D. Time domain scattering of elastic waves by a cavity, represented by radiation from equivalent body forces. *Int. J. Eng. Sci.* 2017, No. 115, pp. 43-50.
27. Twersky V. Multiple scattering of sound by a periodic line of obstacles. *The J. of the Acoustical Society of America*. 1973, vol. 53, iss. 1.

УДК 533.2

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-46-50

УСТАНОВЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ ОБЛАКОВ ВЗРЫВА ЧЕЛЯБИНСКОГО МЕТЕОРОИДА

© 2018 г. **А.И. Снопов¹**, **М.С. Гетманский¹**

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

SIZE DETERMINATION OF THE CHELYABINSK METEOROID EXPLOSION CLOUDS

A.I. Snopov¹, **M.S. Getmansky¹**

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Снопов Александр Иванович – доктор технических наук, профессор, кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: asnop@math.sfedu.ru

Alexander I. Snopov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Theoretical and Computer Hydroaerodynamics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: asnop@math.sfedu.ru

Гетманский Максим Сергеевич – аспирант, кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: getmanskyms@gmail.com

Maxim S. Getmansky - Postgraduate, Department of Theoretical and Computer Hydroaerodynamics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: getmanskyms@gmail.com

Рассматривается явление, связанное со взрывом Челябинского метеороида в атмосфере Земли (по данным наземной видеорегистрации события). Описана качественная картина процессов, протекавших в области взрыва метеороида. Проведено построение картины развития процессов интенсивности свечения и, соответственно, изменения размеров области взрыва болида. Эмпирические параметры в решении задачи определены из оценки мощности взрыва болида. Общепринятая модель для исследования динамики явления точечного взрыва по своему существу не дает возможности получить сведения о состоянии газа внутри облака взрыва, так как его наличие в этой модели проигнорировано. Она позволяет изучать кинетику и термодинамику только среды, окружающей облако взрыва. Используемая в работе модель адиабатического расширения газового облака на основе точного частного аналитического решения уравнений Навье – Стокса позволила получить оценки размеров облаков взрыва Челябинского болида. Представленные аналитические формулы позволяют производить оценку развития процессов, происходящих в областях взрывов, при помощи которой возможен пересмотр первоначальных данных о рассматриваемом явлении.

Ключевые слова: расширение газового облака, Челябинский метеороид, газовый объем, разрушение, взрыв болида, ядерный взрыв, аналитическое решение, моделирование.

The phenomenon of explosions of the Chelyabinsk meteoroid in the Earth's atmosphere is considered, according to the ground-based video recording of the event. A qualitative picture of the processes taking place in the region of the meteoroid explosion is described. The development of the intensity of the luminescence processes and the change in the bolide explosion area size is conducted. The empirical parameters of the solution for this phenomenon are determined from the bolide explosion power evaluation. The model of a point explosion, generally accepted for such phenomenon dynamics investigation, essentially does not make it possible to obtain information about the state of the gas inside the explosion cloud, since its presence in this model is ignored. It allows study the kinetics and thermodynamics only the surrounding environment of the explosion cloud. The model of diabatic expansion of a gas cloud, based of an accurate analytical solution of the Navier-Stokes equations, used in the work, made it possible to obtain estimates of the size of the clouds of explosion of the Chelyabinsk bolide. The presented analytical formulas make it possible to do evaluation the development of processes occurring in the areas of explosions which allows to revise initial data of the considered phenomenon.

Keywords: expansion of the gas cloud, Chelyabinsk meteoroid, gas volume, destruction, bolide explosion, nuclear explosion, analytical solution, modeling.

Введение

15 февраля 2013 г., приблизительно в 09:30:20 по местному времени, в небе над г. Челябинском появился массивный светящийся объект, на короткий промежуток времени ярко осветивший небо серией из трех вспышек, оставив отчетливый конденсационный след, состоящий из нагретых частиц вещества метеороида и раскаленного воздуха. Затем он упал в оз. Чебаркуль.

Взрывы болидов в атмосфере до сих пор все еще не полностью изучены. Но этот взрыв можно назвать уникальным, поскольку был получен целый ряд видео- и фотоматериалов падения болида с самых различных ракурсов благодаря большому количеству свидетелей данного события.

Отслеживание небольших тел, вторгающихся в атмосферу планеты и обнаруживающих себя лишь в моменты резкого торможения в плотных слоях атмосферы во время достижения высоких температур, – особенно сложный процесс. Благодаря удачному стечению обстоятельств, а именно наличию в автомобилях очевидцев, сделавших видеозаписи, удалось запечатлеть весь процесс полета Челябинского метеорита (ЧМ) от момента его появления и вплоть до падения.

Серия взрывов метеороида, сопоставимых по мощности со взрывами атомных бомб, является одной из главных неразрешенных загадок. Существует мнение, что болиды разрушаются и взрываются в атмосфере за счет механического дробления и внутренних напряжений, из-за которых тело становится плоской структурой, которая фрагментируется со временем [1–4]. При этом отсутствуют достоверные данные о числовых значениях многих параметров, характеризующих внутренние и внешние процессы кинетики и термодинамики метеороидов и окружающей их среды. Следовательно, нет возможности сделать однозначные выводы о данном явлении.

Взрыв метеороида происходит под действием избыточного давления во время полета со стороны лобовой части. Изначально зона высокой температуры за ударной волной перед головной частью ЧМ могла возникнуть за очень короткий промежуток времени. Взрыву болида предшествовал быстрый переход вещества метеороида в жидкое и газообразное состояние по достижении веществом точки кипения. Излагаемая ниже модель обтекания и взрыва ЧМ позволяет оценить порядки величин некоторых параметров, определяющих кинетику и термодинамику облаков взрыва ЧМ, и дать им качественное объяснение.

Взрывы болида

По официальным данным [5], диаметр метеороида составлял примерно 18 м; масса – около 10^7 кг;

средняя плотность – около 3300 кг/м^3 ; средняя скорость, при которой он вошел в атмосферу, – $18,6 \text{ км/с}$; общая продолжительность полета до разрушения – $32,5 \text{ с}$. Мощность атмосферного взрыва, по данным НАСА, составила около $1,8 \cdot 10^{15} \text{ н.м}$. Оценка мощности в [5] основана на использовании эмпирического закона $E = 8,2508 \cdot E_0^{8,2508}$, полученного путём обобщения данных о трёхстах случаях взрывов болидов авторами [6].

В данной статье предлагается подход, объясняющий происходящее явление на основе некоторой аналогии со взрывом атомной бомбы. Во время взрыва её вещество почти мгновенно превратилось в газ, образовавший облако взрыва с начальной температурой порядка 10^6 К [7]. Подобная картина развития событий наблюдалась и при взрывах метеороида. Однако различие состоит в том, что источник энергии, породивший их, располагался не внутри, как в случае с атомной бомбой, а на его поверхности. Это был воздух, заключенный между ударной волной и метеоритом, сильно сжатый под большим давлением до высокой температуры. Поэтому использование модели точечного взрыва [7] атомной бомбы для исследования взрывов ЧМ представляется недостаточно корректным.

Общепринятая модель атомного взрыва исходит из допущения о том, что взрыв развивается из точки, не содержащей вещества, но обладающей энергией и поэтому не дающей никакой возможности изучать кинетику и термодинамику взорвавшегося вещества. При изучении явления взрывов ЧМ количество взорвавшегося вещества и развитие облаков взрыва представляют особый интерес.

Согласно работе [8], общее число сделанных видеозаписей явления составляет приблизительно 150, из которых 60 представляют интерес с точки зрения информативности данных. Из всех видеозаписей наиболее удачной была съемка продолжительностью 20 с в г. Каменске-Уральском [9] (рис. 1), находящемся на расстоянии примерно 130 км от Челябинска. Полёт болида на видеозаписи занимает 14 с. За это время происходят три взрыва, что отчетливо видно на видеофрагменте. На видеозаписи видны вспышки с интервалом $\sim 2 \text{ с}$.

Размеры тела метеорита на фотографиях, по которым производилось измерение, неопределимы на расстоянии, так как уже с первых секунд наблюдается свечение около метеороида, что не позволяет дать оценку реальному размеру светящегося объекта с приемлемой точностью.

Тем не менее данные результаты позволяют сказать, что невооруженным глазом на таком большом расстоянии были бы неразличимы небольшие взрывы.

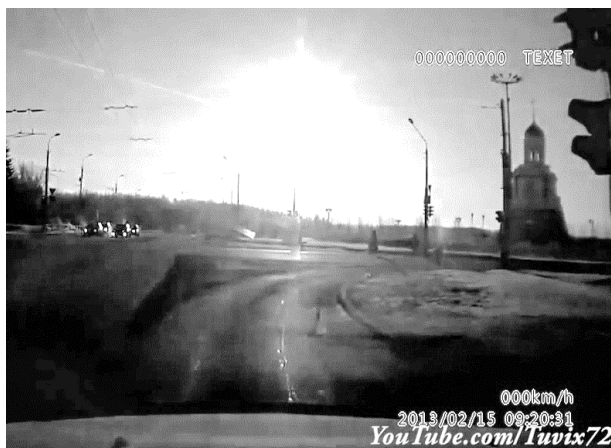


Рис. 1. Фотография второго взрыва, наиболее мощного из трех. Расстояние до вспышки от наблюдателя составляет приблизительно 180 км / Fig. 1. Photo of the second one, the most powerful of the three explosions. The distance to the out-break from the observer is approximately 180 km

По фотографии (рис. 1) можно дать лишь приближенную оценку размеров облака взрыва. Исходный видеофайл был разбит на отдельные кадры, по которым произведено измерение области вспышки, что отражено на рис. 2, где точками представлены относительные размеры светящейся области во времени. Измерения проводились по пиксельно, по средним значениям поперечного и продольного размеров, так как область вспышки подобна эллипсоиду. Промежутки времени между кадрами составляют около 0,03 с. Похожие результаты получили авторы [8], построив кривую блеска по данным нескольких видеофрагментов, в том числе по записанному в Каменске-Уральском [10].

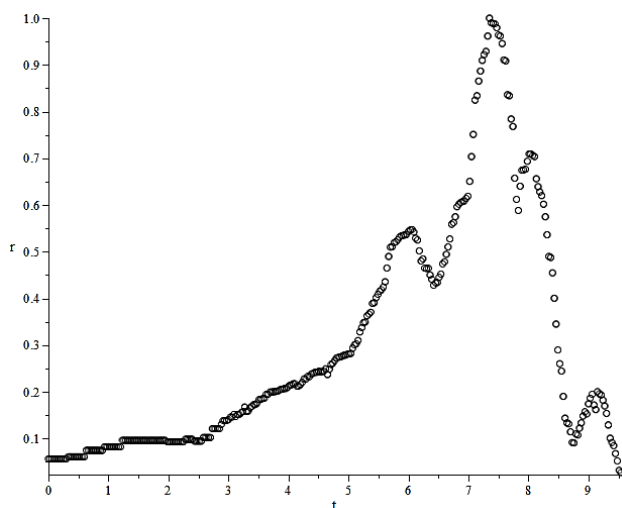


Рис. 2. Зависимость радиуса облака взрыва от времени / Fig. 2. Dependence of the radius of the explosion cloud on time

Качество данного фрагмента, особенно в моменты высокой яркости болида, падает, поскольку диафрагма камеры сужается и изображение становится затемненным; тем не менее контуры подсвеченной области все еще остаются хорошо различимыми.

Определение размеров облака взрыва

После падения метеороида было опубликовано большое количество статей, посвященных исследованию траекторий падения, оценке движения и разрушения метеороида в воздухе, определению его орбиты.

В [10] автор, сравнивая взрыв метеороида только лишь с сопоставимыми по масштабу событиями, приходит к выводу, что первичная оценка характеристик явления подавляющим большинством исследователей носит ошибочный характер. Основная идея работы в том, что концепция, представленная NASA [5], плохо согласуется с происшедшими явлениями. Определение физических параметров болида даёт возможность переосмыслить это явление. Данные, зафиксированные инфразвуковыми станциями, перепад давления на ударной волне, прошедшей сквозь Челябинск и окрестные населенные пункты, соответствуют взрыву, энергия которого составляла 50–60 Мт. В противном случае, если бы мощность взрыва соответствовала данным NASA, перепад давления на ударной волне был бы настолько мал, что в Челябинске не было бы зафиксировано никаких разрушений. Так как взрыв произошел в стратосфере на высоте около 23 км, основная часть энергии была потрачена на преодоление сопротивления атмосферы. Следовательно, разрушения от ударной волны были незначительными по сравнению с возможными.

С использованием точного аналитического решения, представленного в [11], можно получить картину расширения сферического газового облака, образовавшегося в результате взрывов метеороида. В отличие от общепринятой модели точечного взрыва, исследующей поведение среды вне зоны взрыва, данное решение позволяет изучить газотермодинамику внутренней части зоны среды.

В связи с тем, что данные о состоянии вещества метеороида после первого взрыва представлены только приближенными моделями, определение размеров облаков второго и третьего взрывов было произведено с большей погрешностью, чем в случае первого взрыва. Поэтому в данной работе исследование ограничено оценкой размеров облака только первого взрыва.

Для описания процессов расширения газового облака воспользуемся соотношением

$$r = \xi \sqrt{1 + 2bt}, \quad (1)$$

где ξ – радиальная координата частицы газа в начальный момент времени. Для частиц газа, находившихся в начальный момент времени на границе облака, $\xi = r_0$. Произвольный параметр b может быть подобран эмпирически, но в связи с отсутствием данных о размерах облака взрыва данный подход невозможен.

Воспользовавшись имеющимися данными о мощности взрыва [5, 10, 12], построим закон расширения для области взрыва метеороида.

Произвольный параметр b определяется из соотношений

$$E = mv^2/2 = \frac{2\rho_0\pi r_0^2 b^2}{3(1+2bt)}, \quad (2)$$

$$v_r = \frac{rb}{1+2bt}, \quad \rho = \frac{\rho_0}{(1+2bt)^{\frac{3}{2}}},$$

где E – кинетическая энергия; ρ_0 – произвольная постоянная, отвечающая за начальную плотность

газа в облаке; t – время; v_2 – скорость частицы газа; ρ – плотность.

Согласно официальной информации, мощность взрыва метеороида составила около $1,8 \cdot 10^{15}$ н.м. Из (2) получаем значение параметра $b = 375,45 \text{ с}^{-1}$. Начальный радиус r_0 принимается равным 18 м.

Описан первый взрыв болида, соответствующий максимуму первой вспышки в момент времени $t = 6 \text{ с}$ (рис. 2). Законы расширения для взрыва атомной бомбы ($b = 0,34 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$, $r_0 = 0,5 \text{ м}$) и взрыва болида представлены на левом и правом графиках рис. 3. Максимальные размеры рассматриваемого облака взрыва метеороида, согласно (1), составляют приблизительно 470 м.

В случае болида график представляет собой практически линейную функцию, в то время как точки, соответствующие размерам светящейся области, расположены неравномерно. Закон (1) с хорошей точностью описывает процесс расширения в начале взрыва, но вследствие того, что давление в области сжатия в ударной волне может изменяться скачкообразно, это могло привести к резкому увеличению температуры и дальнейшему взрыву, что можно наблюдать на правом графике рис. 3 для $t = 0,6 \text{ с}$.

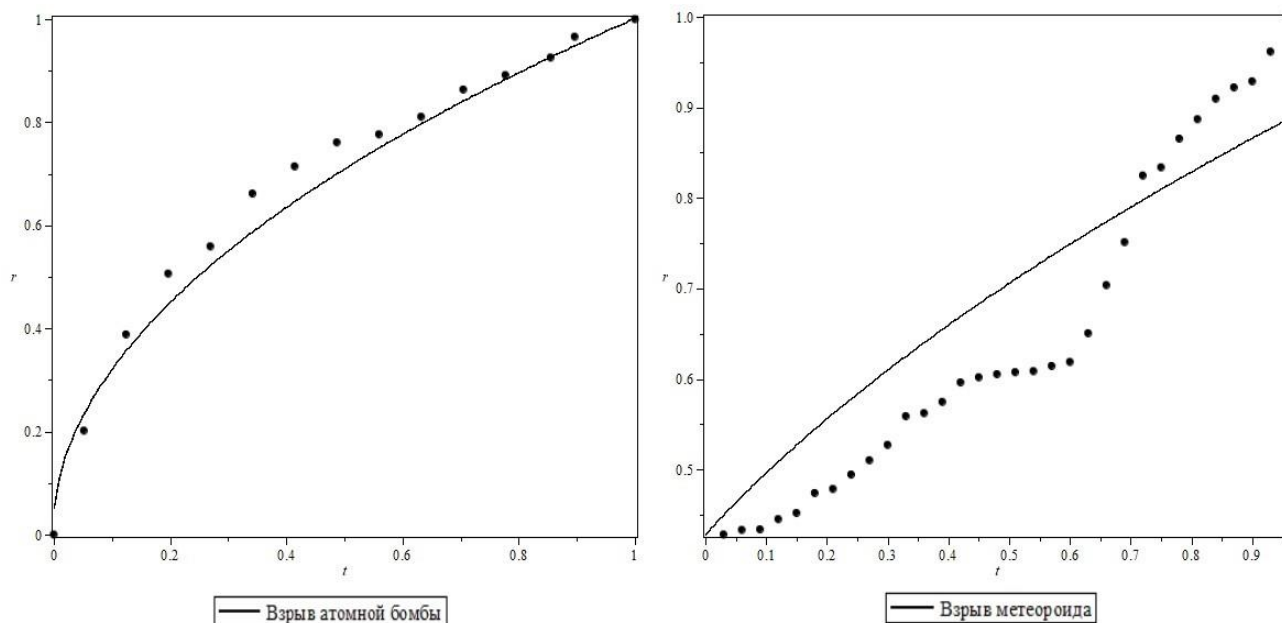


Рис. 3. Законы расширения газа для атомной бомбы и болида / Fig. 3. The laws of gas expansion for atomic bomb and bolide

Погрешность закона расширения для случая метеороида может достигать 10÷15 %.

Явление взрыва атомной бомбы лучше описывается данным законом, поскольку уже в начальный момент взрыва происходит цепная реакция. Весь объем вещества превращается в газ, образовав

облако взрыва конечного объема. Процесс, описываемый (1) для бомбы, со временем монотонно выходит на наклонную асимптоту вследствие постепенного понижения давления в облаке взрыва до давления окружающей среды. С учетом того факта, что взрыв болида был протяженным во времени

процессом и выделение энергии происходило постепенно, в отличие от взрыва бомбы, аппроксимация процесса взрыва болида законом расширения (1) будет давать большую погрешность, чем в случае классического взрыва с полным преобразованием вещества в объем газа. Тем не менее остается возможным использовать данный подход к получению оценок параметров взрыва болида.

Литература

1. Григорян С.С. О движении и разрушении метеоритов в атмосферах планет // Космические исследования. 1979. Т. 17, № 6. С. 875–893.
2. Шувалов В.В., Трубецкая И.А. Гигантские болиды в атмосфере Земли // Астроном. вестн. 2007. Т. 41, № 3. С. 241–251.
3. Фортвов В.Е., Султанов В.Г. Взрыв Челябинского суперболида в атмосфере Земли: рядовое событие или уникальное стечение обстоятельств? // Геохимия. 2013. № 7. С. 609–628.
4. Дудоров А.Е., Майер А.Е. Движение и разрушение Челябинского метеороида в атмосфере // Вестн. Челябинского гос. ун-та. Физика. 2014. Вып. 19, № 1. С. 47–57.
5. Additional Details on the Large Fireball Event over Russia on Feb. 15, 2013. URL: http://neo.jpl.nasa.gov/news/fireball_130301.html (дата обращения: 23.01.2018).
6. Brown P. The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth // Nature. 2002. Vol. 420. P. 294–296.
7. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977. 440 с.
8. Емельяненко В.В., Попова О.П. Астрономические и физические аспекты Челябинского события // Астроном. вестн. 2013. Т. 47, № 4. С. 262–277.
9. Место съемки в г. Каменске-Уральском. URL: <https://goo.gl/yFCZXy> (дата обращения: 23.01.2018).
10. Meteor Hits Russia Feb 15, 2013. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=dpmXyJrs7iU#t=1m9s> (дата обращения: 23.01.2018).
11. Снопов А.И. Расширение (сжатие) конечного объема вязкого газа // Вестн. Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. С. 1120–1121.
12. Лобановский Ю.И. Челябинский метеороид: критика источников и обоснование выводов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2016. № 7. URL: <http://engjournal.ru/> (дата обращения: 23.01.2018).

References

1. Grigoryan S.S. O dvizhenii i razrushenii meteoritov v atmosferakh planet [On motion and destruction of meteorites in the atmospheres of the planets]. *Kosmicheskie issledovaniya*. 1979, vol. 17, No. 6, pp. 875–893.
2. Shuvalov V.V., Trubetskaya I.A. Gigantskie bolidy v atmosfere Zemli [Giant fireballs in the earth's atmosphere]. *Astronom. vestn.* 2007, vol. 41, No. 3, pp. 241–251.
3. Fortov V.E., Sultanov V.G. Vzryv Chelyabinskogo superbolida v atmosfere Zemli: ryadovoe sobytie ili unikal'noe stечение obstoitel'stv? [Explosion of Chelyabinsk superbolide in the atmosphere of the Earth: an ordinary event or a unique combination of circumstances?]. *Geokhimiya*. 2013, No. 7, pp. 609–628.
4. Dudorov A.E., Maier A.E. Dvizhenie i razrushenie Chelyabinskogo meteoroida v atmosfere [Movement and destruction of the Chelyabinsk meteoroid in the atmosphere]. *Vestn. Chelyabinskogo gos. un-ta. Fizika*. 2014, No. 1, iss. 19, pp. 47–57.
5. Additional Details on the Large Fireball Event over Russia on Feb. 15, 2013. Available at: http://neo.jpl.nasa.gov/news/fireball_130301.html (accessed 23.01.2018).
6. Brown P. The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth. *Nature*. 2002, vol. 420, pp. 294–296.
7. Sedov L.I. *Metody podobiya i razmernosti v mekhanike* [Similarity and dimension methods in mechanics]. 8th ed. Moscow: Nauka, 1977, 440 p.
8. Emel'yanenko, V.V., Popova O.P. Astronomicheskie i fizicheskie aspekty Chelyabinskogo sobytiya 15 fevralya 2013 g. [Astronomical and physical aspects of the Chelyabinsk event]. *Astronom. vestn.* 2013, vol. 47, No. 4, pp. 262–277.
9. Mesto s'emki v g. Kamensk-Ural'skii [Location shooting in the city of Kamensk-Uralsky]. Available at: <https://goo.gl/yFCZXy> (accessed 23.01.2018).
10. Meteor Hits Russia Feb 15, 2013. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=dpmXyJrs7iU#t=1m9s> (accessed 23.01.2018).
11. Snopov A.I. Rasshirenie (szhatie) konechnogo ob'ema vyazkogo gaza [Extension (compression) of the final volume of a viscous gas]. *Vestn. Nizhegorodskogo un-ta im. N.I. Lobachevskogo*. 2011, No. 4, pp. 1120–1121.
12. Lobanovskii Yu.I. Chelyabinskii meteoroid: kritika istochnikov i obosnovanie vyvodov [Chelyabinsk meteoroid: critique of sources and proving of conclusions]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*. 2016, No. 7. Available at: <http://engjournal.ru/> (accessed 23.01.2018).

УДК 533.6.011

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-51-54

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В МИКРОКАНАЛАХ, ОБРАЗОВАННЫХ ТРЕМЯ ЦИЛИНДРАМИ ОДИНАКОВОГО РАДИУСА

© 2018 г. Р.И. Хахимов¹, А.И. Снопов¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

MODELING AND INVESTIGATION OF GAS FLOW IN MICROCHANNELS FORMED BY THREE CYLINDERS OF THE SAME RADIUS

R.I. Khakimov¹, A.I. Snopov¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Хахимов Ринат Ильиатович – аспирант, кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: r-nt@bk.ru

Rinat I. Khakimov - Postgraduate, Department of Theoretical and Computer Hydroaerodynamics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: r-nt@bk.ru

Снопов Александр Иванович – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, кафедра теоретической и компьютерной гидроаэродинамики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: asnop@math.sfedu.ru

Alexander I. Snopov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Leading Researcher, Department of Theoretical and Computer Hydroaerodynamics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: asnop@math.sfedu.ru

Рассматривается изотермическое течение вязкого газа в микроканале, образованном тремя цилиндрами одинакового радиуса, касающимися друг друга. Вязкий газ вытекает из области повышенного давления в атмосферу. Для постановки задачи использовались полные уравнения Навье – Стокса, уравнения неразрывности и состояния. С учетом допущений о размере канала, изотермичности процесса и заданной зависимости коэффициентов вязкости система уравнений сводится к решению одного дифференциального уравнения. Выполнен переход к краевой задаче и получено соответствующее уравнение с граничными условиями (без случая истечения газа в вакуум). Полученное с помощью алгебраических методов дифференциальное уравнение обезразмерено и решено численным методом с помощью пакета прикладных программ FlexPDE. На основе полученного решения в безразмерном виде получена формула вычисления расхода газа через микроканал. Приведено отношение радиуса цилиндра, образующего рассматриваемый канал, к радиусу канала круглого сечения, имеющего равный с ним расход; для наглядности представлены поперечные сечения двух видов каналов при равном расходе.

Ключевые слова: течение газа в микроканалах, течение вязкого газа в микроканалах, микроканал, вязкий газ, вычисление расхода газа, поле скоростей, уравнения Навье – Стокса, давление газа, квазиодномерное течение вязкого газа, массовый расход газа.

In this paper, we consider the isothermal flow of a viscous gas in a microchannel formed by three cylinders of the same radius touching each other. The viscous gas flows out of the region of high pressure into the atmosphere. The complete Navier-Stokes equations, the continuity equation and the equation of state were used for the formulation of the problem. Taking into account the assumptions about the size of the channel, the isothermicity of the process and the given dependence of the viscosity coefficients, the given system of equations is reduced to the solution of one differential equation. Except for the case of gas flow into vacuum, the transition to the boundary value problem was performed and the corresponding equation with boundary conditions was obtained. The differential equation obtained by algebraic methods was dimensioned and solved by numerical methods using the FlexPDE application package. Taking into account the obtained

solution of the boundary value problem, a formula for calculating the gas flow through the considered microchannel is given in a dimensionless form. At the end of the article the relation of the radius of the cylinder forming the considered channel to the radius of the circular section channel having an equal flow rate is given, and for clarity the cross sections of two types of channels are presented at equal flow rate.

Keywords: flow of gas in microchannels, viscous gas flow in microchannels, microchannel, viscous gas, calculation of gas flow, velocity field, Navier-Stokes equations, gas pressure, quasi-one-dimensional viscous gas flow, mass flow of gas.

Теория течения газа в микроканалах начала развиваться в 50-е гг. XX в. при изучении диффузии газов в пористых средах [1] и газовой смазки [2].

В настоящее время интерес к этой теме сохраняется в связи с развитием исследований по течению разреженных газов [3] и расчетам утечек газа из резервуаров и транспортных систем через микрощели [4].

При моделировании потоков вязкого газа в прямых микроканалах обычно используются допущения, лежащие в основе исследований одномерных потоков вязкой несжимаемой жидкости. Это приводит к выводу о независимости скорости потока от продольной координаты [1, 3], что противоречит известному факту возрастания скорости газового потока в направлении выхода из канала. Фактически используются формулы для Пуазейлевского течения в круглых трубах и плоских каналах [1]. Формулы для газового потока получаются из предположения, что плотность газа меняется по длине канала линейно.

Эти недостатки можно устранить, если для анализа течения газа в микроканалах использовать полные уравнения Навье – Стокса для вязкого газа, дополненные уравнениями неразрывности и состояния [5].

Процесс принимаем изотермичным из-за относительно малых размеров каналов ($T = \text{const}$).

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \\ & = \rho F_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) + \\ & + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right); \\ & \rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \rho F_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right); \\ & \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \\ & = \rho F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \right) + \\ & + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right); \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0; \quad p = RT\rho.$$

Здесь v_x, v_y, v_z – компоненты скоростей частиц газа в декартовой системе координат; ρ – плотность; T – абсолютная температура; R – газовая постоянная, определяемая по формуле $R = C_p - C_v$ (C_p и C_v – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме, принимаемые постоянными); F_x, F_y, F_z – компоненты массовых сил; λ и μ – коэффициенты объемной и сдвиговой вязкостей газа соответственно.

Вязкий газ движется в канале, образованном внешностями трех касающихся круглых цилиндров равного радиуса (рис. 1).

Для прямых микроканалов естественно допустить, что поток газа в них одномерный. Если ось направлена вдоль канала в сторону течения, то можно принять, что

$$v_x = v_y = 0, \quad v_z = v_z(x; y; z) \geq 0.$$

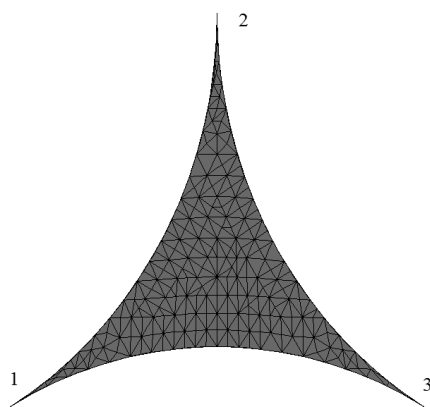


Рис. 1. Поперечное сечение канала /
Fig. 1. The cross section of the channel

Тогда рассматриваемая система уравнений примет вид

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial x} = 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial y} = 0, \\ -\frac{p}{RT} v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) = 0, \\ \frac{\partial(pv_z)}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Такой вид системы позволяет ввести функцию, зависящую только от продольной координаты z :

$$P(z) = p - (\lambda + \mu) \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

Воздействие газа на стенку микроканала определяется компонентами тензора напряжений. Если стенка гладкая, то для любой ее точки можно выбрать такую местную систему координат, чтобы ось Oz проходила по стенке вдоль направления канала, а оси Ox и Oy лежали в перпендикулярной плоскости, причём Ox ортогональна стенке и направлена наружу микроканала. Нормальное напряжение τ_{xx} , действующее на частицу жидкости, прилегающую к стенке канала в точке O , определяется по формуле

$$\tau_{xx} = -p + \lambda \nabla \cdot \mathbf{v} + 2\mu \varepsilon_{xx}.$$

В силу принятых допущений получаем

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{xx} = 0.$$

Из условия прилипания следует, что на стенках микроканала $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$ и $\tau_{nn} = -p$, т.е. p является давлением газа на стенку микроканала.

Таким образом, $p = P(z)$, из чего делаем вывод, что давление газа на поверхности микроканала зависит только от продольной координаты z и одинаково во всех точках поперечных сечений микроканала плоскостями $z = \text{const}$.

Чтобы давление газа p внутри потока не зависело от поперечных координат, положим $\lambda = -\mu$.

Таким образом, равенство $p = P(z)$ выполняется во всех точках потока. Из системы (1) можно получить продольную компоненту скорости v_z и вид её производной по z :

$$v_z = \frac{f(x, y)}{p(z)}; \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{f(x, y)}{2p^3(z)} \frac{\partial p^2(z)}{\partial z}, \quad (2)$$

где функция $f(x, y)$ подлежит определению.

С учётом введённой зависимости коэффициентов вязкостей и формулы (2), из третьего уравнения системы (1) получаем

$$p \frac{\partial}{\partial z} \left(p + \frac{f^2}{RTp} + \mu \frac{f}{2p^3} \frac{\partial p^2}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right). \quad (3)$$

Заметим, что равенство (3) не может быть выполнено точно, так как его левая часть зависит от всех трех пространственных координат, а правая – только от двух поперечных. Следовательно, строго одномерные установившиеся изотермические течения вязких газов не существуют, а квазиодномерные течения могут быть изучены на основе линеаризации этого уравнения.

Допустим, что $\frac{\partial p^2}{\partial z} = \text{const}$. Тогда последнее уравнение принимает вид

$$\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p^2}{\partial z} \left(1 - \frac{f^2}{RTp^2} - \frac{\mu}{2} \frac{f}{p^4} \frac{\partial p^2}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$

Чтобы избежать варианта истечения газа в вакуум, необходимо предположить, что

$$\left| \frac{f_{\max}^2}{RTp_{\min}^2} + \frac{\mu}{2} \frac{f_{\max}}{p_{\min}^4} \frac{\partial p^2}{\partial z} \right| \ll 1.$$

Тогда уравнение существенно упростится и примет вид

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p^2}{\partial z}.$$

В полученном уравнении левая часть зависит только от поперечных координат, а правая – только от продольных. Поэтому

$$\begin{cases} G = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p^2}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = G, \end{cases}$$

где G – постоянная величина, которую следует определить.

Зададим краевые условия: $z = z_1$, $p = p_1$ и $z = z_2$, $p = p_2$. Тогда

$$G = \frac{1}{2\mu} \frac{p_1^2 - p_2^2}{z_1 - z_2},$$

$$p = \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{z_1 - z_2} z + \frac{p_1^2 z_1 - p_2^2 z_2}{z_1 - z_2}}.$$

Функция $f(x, y)$, введенная ранее, находится в результате решения краевой задачи:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = G, \quad f|_l = 0,$$

где l – контур поперечного сечения микроканала.

Для решения данной краевой задачи удобно перейти к безразмерным величинам:

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{a}, \quad U = -\frac{f}{Ga^2},$$

где a – радиус образующего цилиндра.

Тогда поставленная задача преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = -1, \quad U|_l = 0. \quad (4)$$

Определив функцию U из решения данной задачи, можно найти массовый расход газа

$$Q = -\frac{Ga^2}{RT} \iint_S U ds^*, \quad (5)$$

где S^* – безразмерная область.

В связи с переходом к безразмерным величинам условие приемлемости решения изменится и примет вид

$$\frac{G^2 a^4 U_{\max}^2}{RT p_{\min}^2} \left| 1 - \frac{\mu}{2} \frac{RT}{GU_{\max} a^2 p_{\min}^2} \right| \ll 1.$$

Для рассматриваемого канала с введенными граничными условиями (истечение воздуха в атмосферу), учитывая решение (4) и подставляя его в (5), несложно вычислить массовый расход газа. С помощью программного пакета Maple получаем

$$Q = -0,0005188527 Ga^4.$$

Проведя анализ микроканала, образованного зазорами между цилиндрами, устанавливаем, что данный канал имеет тот же расход газа, что и труба меньших размеров, причем соотношение их характерных размеров

$$\frac{a}{r} = 4,4105876,$$

где a – радиус образующих треугольник цилиндров; r – радиус канала круглого сечения, равного по расходу.

Для наглядности продемонстрируем два канала, имеющих одинаковый расход. Первый образован тремя цилиндрами, а второй имеет круглую форму (рис. 2).

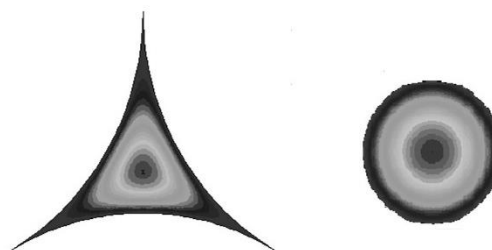


Рис. 2. Соотношение размеров каналов круглой и рассмотренной формы при равном расходе газа / Fig. 1. The ratio of the ducts of circular and above form of in equal gas consumption

Литература

1. Тимофеев Д.П. Кинетика адсорбции. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 252 с.
2. Снопов А.И. Теоретические основы работы газостатических опор. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2009. 176 с.
3. Елизарова Т.Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2000. 350 с.
4. Снопов А.И., Дубовицкий В.С. Течение газа в микрощели // Междунар. журн. эксперим. образования. 2011. № 6. С. 81–82.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд., исправл. М.: Дрофа, 2003. 846 с.

References

1. Timofeev D.P. *Kinetika adsorbtsii* [The kinetics of adsorption]. Moscow: Izd-vo AN SSSR, 1962, 252 p.
2. Snopov A.I. *Teoreticheskie osnovy raboty gazostaticheskikh opor* [Theoretical foundations of the work of the gas-static bearings]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2009, 176 p.
3. Elizarova T.G. *Kvazigazodinamicheskie uravneniya i metody rascheta vyazkikh techenii* [Quasi-gasdynamic equations and methods for calculating viscous flows]. Moscow: Nauchnyi mir, 2000, 350 p.
4. Snopov A.I., Dubovitskii V.S. *Techenie gaza v mikroshcheli* [The gas flow in the micro-gap]. *Mezhdunar. zhurn. eksperim. obrazovaniya*. 2011, No. 6, pp. 81–82.
5. Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. 7th ed. Moscow: Drofa, 2003, 846 p.

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

SCIENCE OF EARTH

УДК 551.594.221.001.6

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-55-62

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОЛНИЕВЫХ РАЗРЯДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРОЗОРЕГИСТРАТОРА LS8000

© 2018 г. А.Х. Аджиев¹, Д.Д. Кулиев¹, А.А. Аджиева², Г.В. Куповых³, Х.А. Тумгоева⁴

¹Высокогорный геофизический институт, Нальчик, Россия,

²Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет им. В.М. Кокова, Нальчик, Россия,

³Южный федеральный университет, Таганрог, Россия,

⁴Чеченский государственный университет, Грозный, Россия

DEFINITION OF LIGHTNING PARAMETRES WITH THE USE OF THUNDERSTORM REGISTRY LS8000

A.H. Adzhiev¹, D.D. Kuliev¹, A.A. Adzhieva², G.V. Kupovykh³, H.A. Tumgoeva⁴

¹High-Mountain Geophysical Institute, Nalchik, Russia,

²Kokov Kabardino-Balkarian State Agrarian University. Nalchik, Russia,

³Southern Federal University, Taganrog, Russia,

⁴Chechen State University, Grozny, Russia

Аджиев Анатолий Хабасович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом стихийных явлений, Высокогорный геофизический институт, пр. Ленина, 2, г. Нальчик, КБР, 360030, Россия, e-mail: adessa1@yandex.ru

Кулиев Далхат Даниялович – заведующий лабораторией атмосферного электричества, Высокогорный геофизический институт, пр. Ленина, 2, г. Нальчик, КБР, 360030, Россия, e-mail: kouliev_dal@hotmail.com

Аджиева Аида Анатольевна – доктор физико-математических наук, профессор, доцент, кафедра высшей математики, Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет им. В.М. Кокова, пр. Ленина, 1, г. Нальчик, КБР, 360030, Россия, e-mail: aida-adzhieva@mail.ru

Куповых Геннадий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: kupovykh@sfnu.ru

Тумгоева Хадиджат Абукаровна – кандидат физико-математических наук, Чеченский государственный университет, ул. Киевская, 33, г. Грозный, Чеченская Республика, 364031, Россия, e-mail: hadiga-71@mail.ru

Anatoly H. Adzhiev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Natural Phenomena, High-Mountain Geophysical Institute, Lenina Ave, 2, Nalchik, KBR, 360030, Russia, e-mail: adessa1@yandex.ru

Dalhat D. Kuliev - Head of Laboratory of Atmospheric Electricity, High-Mountain Geophysical Institute, Lenina Ave, 2, Nalchik, KBR, 360030, Russia, e-mail: kouliev_dal@hotmail.com

Aida A. Adzhieva - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Kokov Kabardino-Balkarian State Agrarian University, Lenina Ave, 1, Nalchik, KBR, 360030, Russia, e-mail: aida-adzhieva@mail.ru

Gennady V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovskii Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: kupovykh@sfnu.ru

Hadijat A. Tumgoeva - Candidate of Physics and Mathematics, Chechen State University, Kievskaya St., 33, Grozny, Chechen Republic, 364031, Russia, e-mail: hadiga-71@mail.ru

Излагаются результаты использования на Северном Кавказе грозорегистратора LS8000 для определения параметров разрядов молний на землю положительной и отрицательной полярности. Получено, что среднее значение импульса разряда молнии, приносящего на землю отрицательный разряд, составляет 16,8 кА. Для положительных

разрядов молний среднее значение амплитуды тока равно 22,9 кА. Показано, что с увеличением высоты местности над уровнем моря значение амплитуды тока уменьшается. Среднее значение амплитуды тока в равнинной и степной зонах территории Северного Кавказа не превышает 23 кА, а в горной части – 14 кА. Получены результаты распределения токов различной полярности и характеристики распределений. Измерены статистические характеристики распределений времени нарастания токов разной полярности. Для положительных разрядов время нарастания волны тока первого импульса составило 13,3 мкс, для отрицательных молний – 11,6 мкс. Проведен сравнительный анализ полученных различными методами данных.

Ключевые слова: молния, крутизна тока, волна тока, время нарастания волны тока, амплитуда тока, гроза, полярность молнии, импульс тока.

Results of the use of thunderstorm registry LS8000 in the North Caucasus for definition of parametres of lightning categories on the earth of positive and negative polarity are stated. The average value of an impulse of the lightning category brought on the earth makes the negative category 16,8 kA. For the positive lightning categories the average value of a current amplitude has made 22,9 kA. It is shown that with the increase in height of district above sea level value of a current amplitude decreases. Average value of current amplitude in flat and steppe zones on territory of the North Caucasus makes nearby 23 kA, and in a mountain part - 14 kA. Distributions of various polarity currents and the characteristic of distributions are received. Statistical characteristics of distributions of time of currents increase of different polarity are measured. For positive categories the increase time of a current wave of the first impulse has made 13,3 mks. For negative lightnings it has made 11,6 mks. Comparisons of the received data with measurements of the other methods are made.

Keywords: lightning, current steepness, current wave, increase time of a wave current, amplitude of a current, thunderstorm, lightning polarity, current impulse.

Защита от молний конкретных объектов в различных регионах основана на среднестатистических значениях следующих параметров молнии:

- амплитудное значение тока молний (J_m);
- время увеличения J_m до максимума (τ_ϕ);
- крутизна графика тока (отношение J_m к τ_ϕ);
- годовая удельная молниевая поражаемость (разряды облако – земля) за год (п).

Существуют различные методы получения указанных характеристик: определение амплитуды молниевых токов по данным ферромагнитных регистраторов [1, 2], измерения вариаций электрического поля приземной атмосферы при разрядах молнии с помощью осциллографа [3], а также дистанционные измерения напряженности поля и расстояния до молнии [4]. Исследования показали [2–4], что в разных регионах среднестатистические значения параметров молний не одинаковы, поэтому для эффективной организации молниезащиты объектов требуется учитывать региональные данные.

Для получения среднестатистических амплитудных значений молниевых токов (J_m) и периодичности возрастания волны молниевых токов (τ_ϕ) на территории Северного Кавказа использовалась грозопеленгационная разностно-дальномерная система LS8000 (Vaisala, Финляндия) типа LPATS.

Измерительный комплекс состоял из первичного блока, включающего в себя четыре грозопеленгатора-дальномера, и вторичного блока – пункта сбора, первичной обработки и архивирования данных наблюдений. Грозопеленгатор-дальномер имеет низкочастотный (LF) и высокочастотный (VHF) каналы (датчики) приема информации, после обра-

ботки которой формируется информационная база данных о молниевых разрядах, в неё включаются:

- дата/время инициирования молний с точностью регистрации времени 100 нс;
- координаты разряда молнии;
- значение тока в канале наземного разряда молнии (кА);
- типизация молниевых разрядов (облако – земля или облако – облако);
- время увеличения значения тока в разряде облако – земля до максимального значения (мкс);
- время уменьшения значения тока в канале молнии от максимального до нуля (мкс).

По данным с VHF-датчиков после первичной обработки центральный процессор формирует базу данных о характеристиках внутриоблачных и межоблачных разрядов молний, в неё включаются:

- дата/время инициирования разрядов с точностью регистрации времени 100 нс;
- координаты разряда молнии.

Многолетний опыт эксплуатации грозорегистратора показал [5], что он обеспечивает эффективный сбор, первичную обработку и архивирование информации о грозовой деятельности на охватываемой территории Северо-Кавказского региона. При этом имеется возможность оперативной передачи информации потребителям, в частности диспетчерским службам авиации, электропередачи, метеослужбам и др.

Полученное нами с использованием грозорегистратора LS8000 распределение значений амплитуды токов наземных разрядов молний для территории Северного Кавказа представлено на рис. 1

(кривая 5). Для сравнения, на этом же рисунке отражены также распределения значений амплитуд токов наземных молниевых разрядов, рекомендо-

ванные международной организацией CIGRE [6] и полученные разными способами в различных физико-географических районах России [3, 4, 7].

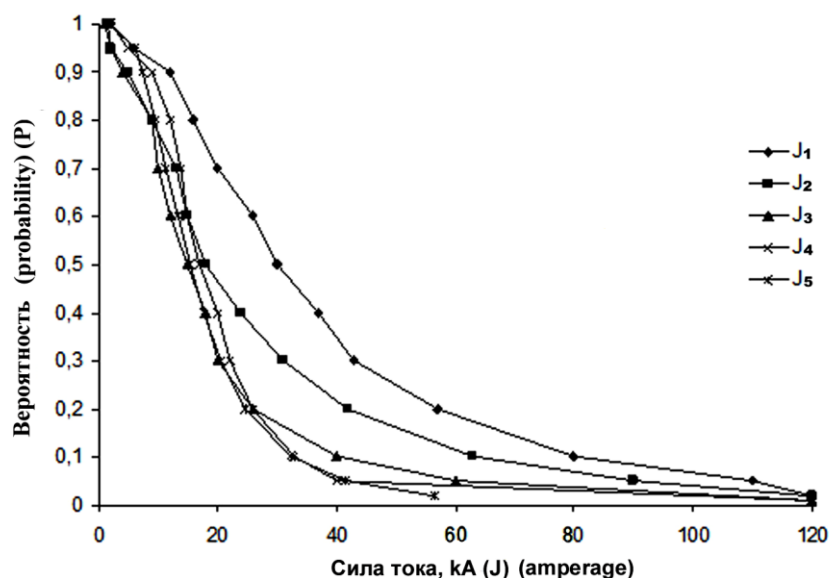


Рис. 1. Региональные распределения тока молнии: 1 – CIGRE ($\bar{J}=33,3$ кА) [6]; 2 – [7]; 3 – Карелия ($\bar{J}=13,5$ кА) [4]; 4 – Северный Кавказ ($\bar{J}=18,6$ кА) [3]; 5 – LS8000 ($\bar{J}=17,4$ кА – разряды положительные; $\bar{J}=14$ кА – разряды отрицательные) / Fig. 1. Regional lightning current distributions: 1 - CIGRE ($\bar{J}=33.3$ kA) [6]; 2 - [7]; 3 - Karelia ($\bar{J}=13.5$ kA) [4]; 4 - North Caucasus ($\bar{J}=18.6$ kA) [3]; 5 - LS8000 ($\bar{J}=17.4$ kA - positive lightnings; $\bar{J}=14$ kA - negative lightnings)

Сделаем следующие необходимые для понимания пояснения к рис. 1: кривая 1 отражает результаты прямых и косвенных измерений преимущественно на башнях; кривая 2 взята из руководства по защите электрических сетей, принятого в России; кривая 3 – косвенных измерения КирНИОЭ; кривая 4 – дистанционные измерения пассивно-активными средствами на Северном Кавказе; кривая 5 – измерения с помощью грозорегистратора LS8000.

Из анализа приведенных графиков следуют следующие выводы:

- полученное с использованием грозорегистратора LS8000 распределение значений амплитуд токов наземных молний находится в хорошем согласии с региональными данными [3] традиционной радиолокации гроз активно-пассивными радиотехническими средствами;

- значения амплитуд наземных разрядов молний в различных регионах России существенно отличаются. Это, по-видимому, связано, во-первых, с влиянием орографии и широты местности на токи молний в различных регионах России; и во-вторых, с индивидуальными особенностями использованной для получения данных аппаратуры;

- результаты определения расстояния до разряда молнии методом прямого осциллографирования и антенно-оптическим методом с регистрации светового излучения [8] значительно расходятся

с данными активно-пассивных радиотехнических средств [3] и грозорегистратора LS8000 [5], что, вероятно, связано с тактико-техническими характеристиками использованных технических средств;

- значения тока молнии в разных частях территории Северного Кавказа также различаются. Причиной этого являются прежде всего существенные орографические неоднородности местности как по высоте над уровнем моря, так и по типу подстилающей поверхности и разнообразию растительности. Кроме того, на характеристики токов молний оказывают влияние производственные объекты (сосредоточенные или протяженные), расположенные на или вблизи поверхности земли: линии электропередачи, крупные протяженные здания и т.д.

Анализ собранных с августа 2008 г. по 1 января 2017 г. данных грозопеленгационной сети LS8000 о разрядах молнии различных типов включал в себя 1 784 032 положительных и 5 985 946 отрицательных наземных молниевых разрядов (типа облако – земля) и около 55 000 000 внутриоблачных разрядов (облако – облако). Число положительных наземных разрядов молний составило около 23 % от общего количества разрядов облако – земля).

Известно, что соотношение чисел разрядов молний различных типов как для отдельно взятого грозового процесса, так и для грозовой деятельности

за годовой период существенно изменяется в зависимости от географической широты, относительной высоты (над уровнем моря), рельефа исследуемой территории, а также от характеристик измерительной аппаратуры [9, 10].

Например, для континентальной части США (от 25 до 49° северной широты) путем наблюдений установлено, что доля наземных разрядов молний от суммарного числа зарегистрированных составляет 25,4–7,5 % для горных районов и 20–10 – для условий равнины [11]. А для равнинной территории центральной Якутии установлено, что относительное число наземных разрядов типа облако – земля меняется от года к году в пределах 40–60 % от суммарного числа разрядов молний, т.е. усредненные за сезон ежедневные значения процентной доли наземных разрядов равны около 50 %, что отличается от данных наблюдений в США [11, 12]. Следует отметить, что период наблюдений в Якутии (2009–2012 гг.) относительное число отрицательных разрядов от общего количества наземных молний за один день с грозой равно от 75 (2012 г.) до 92 % (2009 г.), что близко к аналогичным значениям молниевых разрядов, полученных на территории Северного Кавказа [12].

За многолетний период наблюдений для юга европейской части России значение относительного числа наземных разрядов от общего количества зарегистри-

рованных молний равно 13 %, что хорошо согласуется с данными, полученными аналогичным образом для равнинной части территории США [11, 12].

Последние результаты почти совпадают с данными, полученными в других регионах. Так, по данным десятилетних наблюдений, на территории ФРГ относительное число положительных разрядов составило в среднем 17 % за год. Наибольшие среднегодовые значения – 21 % – получены в ходе наблюдений в 2001 и 2006 гг. [13].

Для территории юга европейской части России нами получены следующие соотношения между количествами различных типов разрядов молний за год:

- относительное число облачных (внутриоблачных и межоблачных) разрядов молний от общего их количества составляет 88 %;
- наземных (положительных и отрицательных) разрядов молний от общего их количества – 12 %;
- положительных разрядов от суммарного количества наземных молний – около 23 %, что соответствует общепринятому значению для средних широт (20 %);
- относительное число положительных разрядов от суммарного числа наземных молний – около 77 %, типичные значения для средних широт.

На рис. 2 представлены полученные нами распределения амплитудных значений молниевых токов типа облако – земля различной полярности.

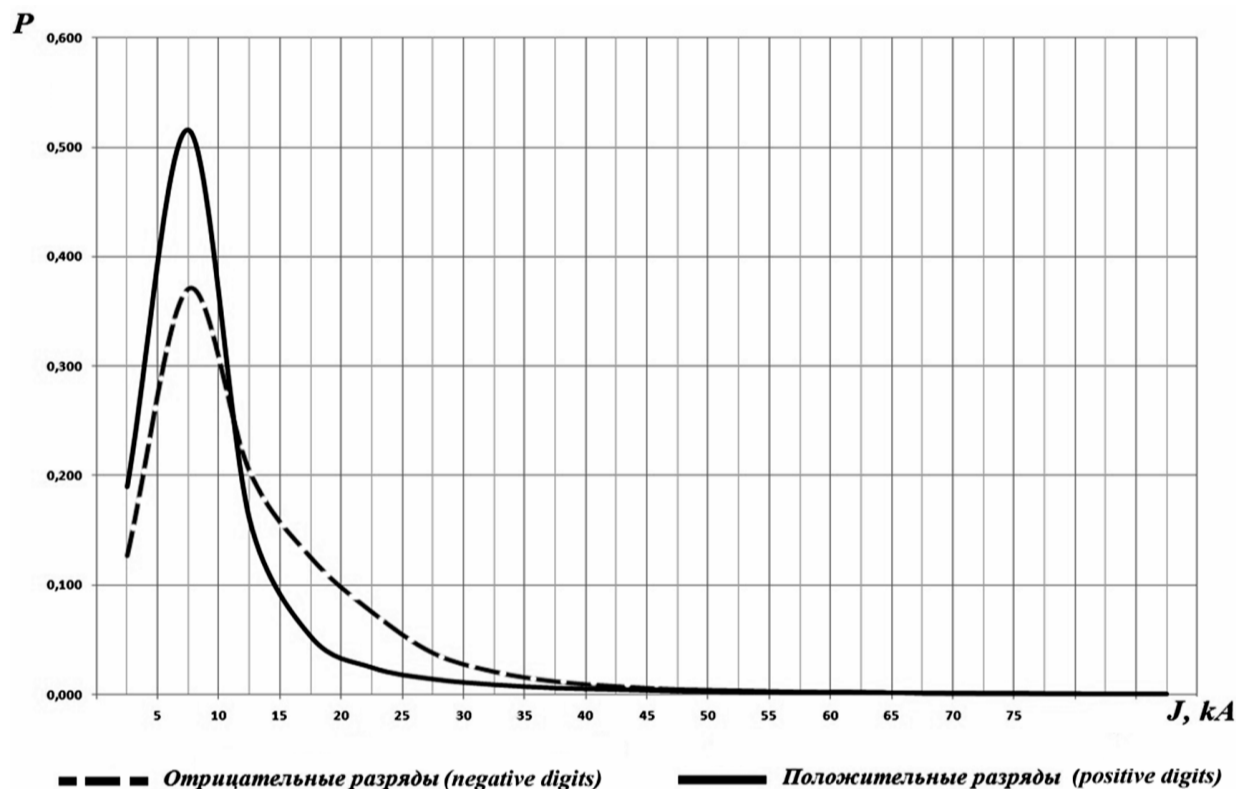


Рис. 2. Распределения значений токов разрядов молний отрицательной и положительной полярности /
Fig. 2. Distributions of values of lightning currents of negative and positive polarity

Из анализа данных значений токов установлено, что для положительных разрядов самое маленькое значение составило +2,1 кА, а наибольший ток молнии зафиксирован равным +311 кА. Среднее значение силы тока из всех зарегистрированных положительных наземных молний равно +10,6 кА. Медианное значение +7,6 кА.

Для отрицательных наземных молниевых разрядов зафиксированное минимальное значение тока составило –2,1 кА, максимальное –326 кА. Среднее значение тока отрицательных наземных молний равно +13,5 кА. Медианное значение молниевое тока равно –9,8 кА.

Выявлено различие среднестатистических значений токов наземных молниевых разрядов над горной местностью с высотой более 1000 м над уровнем моря и равнинной местностью с высотой менее 1000 м. Среднее значение амплитуды молниевое тока разряда типа облако – земля на территории Северного Кавказа составляет около 9,3 кА на равнине и 11,2 кА – в горной местности. Медианные значения молниевое тока равны около 6,6 и 8,0 кА соответственно.

Полученные значения молниевое тока важны при проведении молниезащитных мероприятий, в частности при прокладке линий электропередачи в горах, строительстве различных объектов.

Нами представлены гистограммы распределений значений токов молний на землю положительной

(рис. 3) и отрицательной (рис. 4) полярности в горных и равнинных частях территории Северного Кавказа.

Таким образом, получены характерные значения токов наземных молний в зависимости от их полярности для равнинных и горных условий:

1) для горной местности модульные значения тока положительных и отрицательных разрядов молний варьируются в пределах 2,79–188 и 2,63–173 кА соответственно, при этом более 50 % молниевых разрядов имеют токи менее 8,6 (отрицательные) и менее 6,9 кА (положительные);

2) для равнинной части модульные значения тока положительных и отрицательных разрядов молний варьируются в пределах 2,94–211 и 2,79–170 кА соответственно, при этом более 50 % молниевых разрядов имеют токи менее 6,85 (отрицательные) и 6,0 кА (положительные).

Соотношения между количествами различных типов молниевых разрядов облачных (внутриоблачных и межоблачных), наземных (положительных и отрицательных) характеризуются следующими значениями:

– относительное число наземных разрядов от общего количества регистрируемых молний равно 12 %, а разрядов типа облако – облако – 88;

– относительное число наземных молний содержит в среднем 23 % положительных и 77 % отрицательных разрядов.

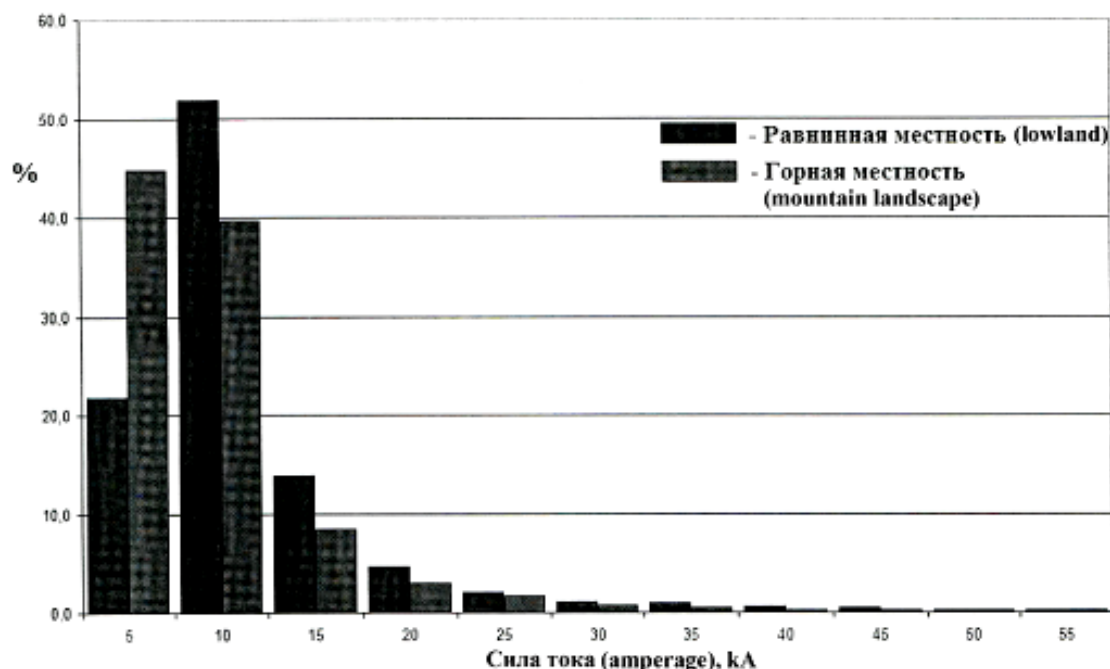


Рис. 3. Распределение значений положительных молниевых токов в равнинных условиях и горной местности /
Fig. 3. Distributions of the values of lightning currents of positive polarity over the plain and mountain terrain

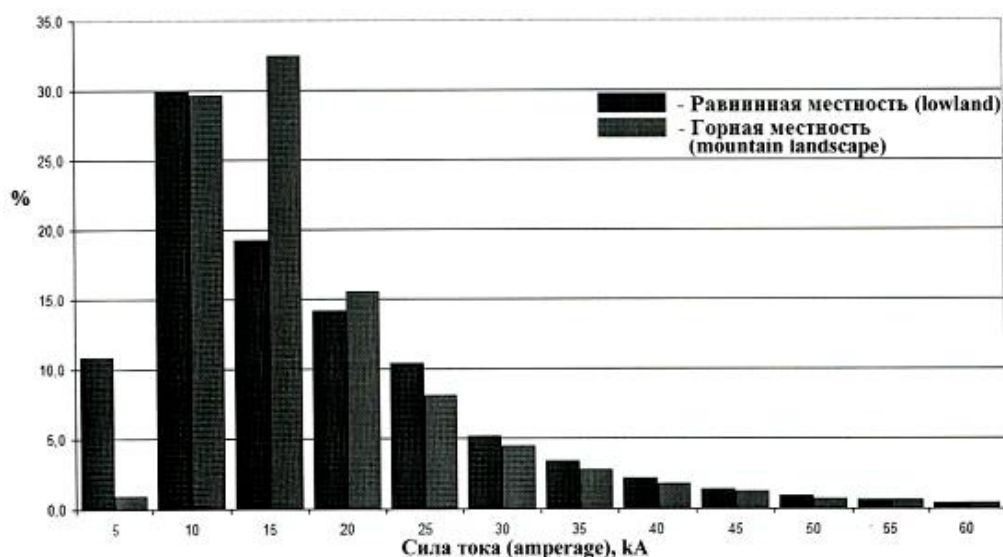


Рис. 4. Распределение значений отрицательных молниевых токов в равнинных условиях и горной местности /
Fig. 4. Distributions of the values of lightning currents of negative polarity over the plain and mountain terrain

По данным наблюдений на территории Северного Кавказа аппроксимированы аналитические выражения для распределений токов молний положительной и отрицательной полярности соответственно:

$$F + (J) = 5 \cdot 10^{-8} \cdot J^6 - 2 \cdot 10^{-5} \cdot J^5 + 0,0028 \cdot J^4 - (1)$$

$$- 0,2305 \cdot J^3 + 10,619 \cdot J^2 - 265,69 \cdot J + 2955,1.$$

$$F - (J) = 3 \cdot 10^{-7} \cdot J^6 + 9 \cdot 10^{-5} \cdot J^5 - 0,0124 \cdot J^4 + (2)$$

$$+ 0,7859 \cdot J^3 - 23,209 \cdot J^2 + 231,11 \cdot J + 864,13.$$

Коэффициенты детерминации R^2 для взаимосвязи F и J равны 0,9987 для положительной и 0,9191 для отрицательной полярностей.

Для наземных разрядов молний положительной и отрицательной полярности измерено время τ_f нарастания волны тока. Полученные с использованием системы грозопеленгации LS8000 распределения значений τ_f представлены на рис. 5 и 6. Среднестатистические значения τ_f , полученные нами в исследованиях, достаточно близки полученным для территорий средних широт в США [14].

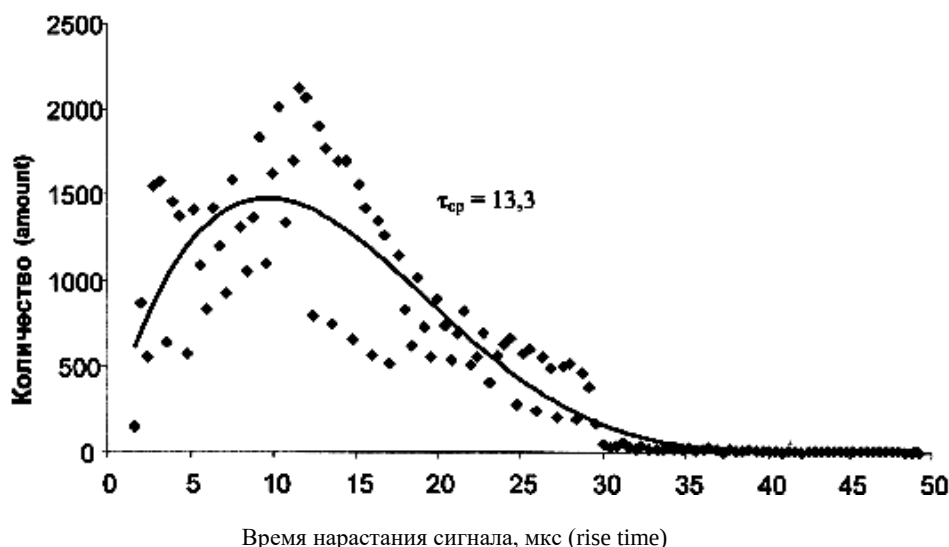


Рис. 5. Распределение времени нарастания токов положительной полярности /
Fig. 5. Distribution of the rise time of currents of positive polarity

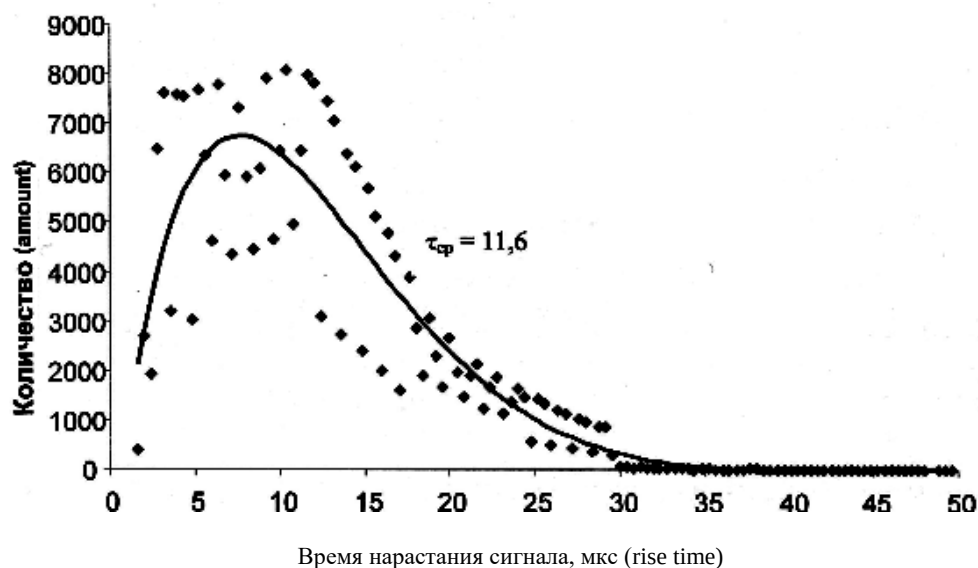


Рис. 6. Распределение времени нарастания токов отрицательной полярности /
Fig. 6. Distribution of rise time of currents of negative polarity

Литература

1. Базелян Э.М., Горин Б.Н., Левитов В.Н. Физические и инженерные основы молниезащиты. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 223 с.
2. Стекольников К.С. Физика молнии и грозозащита. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1943. 235 с.
3. Аджиев А.Х., Богаченко Е.М. Применение радиотехнических средств для оценки используемых в грозозащите параметров разряда молнии // Электричество. 1990. № 7. С. 18–20.
4. Аджиев А.Х., Галкова Л.И., Мезгин В.А., Новикова А.Н., Носова А.Н., Чичинский М.И., Шмараго О.В. Особенности грозозащиты ВЛ в горных условиях: параметры разрядов молнии; влияние структуры грунтов и рельефа местности; схемы грозозащиты // Проектирование и технология электронных средств. 2004. № 4. С. 50–54.
5. Аджиев А.Х., Тапасханов В.О., Стасенко В.Н. Система грозопеленгации на Северном Кавказе // Метеорология и гидрология. 2013. № 1. С. 5–11.
6. Guide to procedures for estimating lightning performance of transmission lines // WC 01, SC 33. CIGRE, 1991.
7. РД 153-34.3-35.125-99. Руководство по защите электрических сетей 6–1150 кВ от грозовых и внутренних перенапряжений. СПб.: ПЭИПК, 1999.
8. Lin Y.T., Uman M.A. Electric radiation fields of lightning return strokes in three isolated Florida thunder storms // J. Geoph. Res. 1973. Vol. 78, № 33. P. 7911–7915.
9. Аджиев А.Х., Богаченко Е.М. Грозы Северного Кавказа. Нальчик: Полиграфосервис и Т, 2011. 151 с.
10. Аджиев А.Х., Синькевич А.А., Михайловский Ю.П., Довгалюк Ю.А., Веремей Н.Е., Богданов Е.В., Малкарова А.М., Абшаев А.М. Исследования развития грозо-

градового облака. Часть 1. Развитие облака и формирование электрических разрядов // Метеорология и гидрология. 2016. № 9. С. 27–40.

11. Boccippio D.J., Cummins K.L., Christian H.J., Goodman S.J. Combined Satellite- and Surface-Based Estimation of the Intracloud-Cloud-to-Ground Lightning Ratio over the Continental United States // Mon. Weather Rev. 2001. Vol. 129. P. 108–122.

12. Козлов В.И., Муллаяров В.А., Григорьев Ю.М., Тарабукина Л.Д. Параметры грозовой активности и молниевых разрядов на территории центральной Якутии в 2009–2012 гг. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 3. С. 365–372.

13. Ершова Т.В., Горбатенко В.П. Параметры молниевой активности по инструментальным измерениям // Вестн. ТГПУ. 2011. Вып. 5 (107). С. 151–154.

14. Berger K. Methoden und resiltate der blitzforschung auf dem Monte San Salvatore bei Lugano in den jahren 1963–1971 // Bull. SEV 63. 1972. № 24. S. 1403–1422.

References

1. Bazelyan E.M., Gorin B.N., Levitov V.N. *Fizicheskie i inzhenernye osnovy molniezashchity* [Physical and engineering basis of lightning protection]. Leningrad: Gidrometeizdat, 1978, 223 p.
2. Stekol'nikov K.S. *Fizika molnii i grozozashchita* [Physics of lightning and lightning protection]. Moscow; Leningrad: Izd-vo AN SSSR, 1943, 235 p.
3. Adzhiev A.Kh., Bogachenko E.M. *Primenenie radiotekhnicheskikh sredstv dlya otsenki ispol'zuemykh v grozozashchite parametrov razryada molnii* [Application of radio engineering means for evaluation of lightning discharge parameters used in lightning protection]. *Elektrichestvo*. 1990, No. 7, pp. 18–20.

4. Adzhiev A.Kh., Galkova L.I., Mezgin V.A., Novikova A.N., Nosova A.N., Chichinskii M.I., Shmarago O.V. Osobennosti grozozashchity VL v gornykh usloviyakh: parametry razryadov molnii; vliyanie struktury gruntov i rel'efa mestnosti; skhemy grozozashchity [Features of lightning protection of overhead lines in mountain conditions: parameters of lightning discharges; influence of soil structure and terrain; lightning protection circuits]. *Proektirovanie i tekhnologiya elektronnykh sredstv*. 2004, No. 4, pp. 50-54.
5. Adzhiev A.Kh., Tapaskhanov V.O., Stasenkov V.N. Sistema grozopelengatsii na Severnom Kavkaze [Lightning Direction System in the North Caucasus]. *Meteorologiya i gidrologiya*. 2013, No. 1, pp. 5-11.
6. *Guide to procedures for estimating lightning performance of transmission lines*. WC 01, SC 33. CIGRE. 1991.
7. RD 153-34.3-35.125-99. *Rukovodstvo po zashchite elektricheskikh setei 6-1150 kV ot grozovykh i vnutrennikh perenapryazhenii* [RD 153-34.3-35.125-99. Guidelines for the protection of electrical networks 6-1150 kV from lightning and internal overvoltages]. Saint Petersburg: PEIPK, 1999.
8. Lin Y.T., Uman M.A. Electric radiation fields of lightning return strokes in three isolated Florida thunder storms. *J. Geoph. Res.* 1973, vol. 78, No. 33.
9. Adzhiev A.Kh., Bogachenko E.M. *Grozy Severnogo Kavkaza* [Thunderstorms of the North Caucasus]. Nalchik: Poligradoservis i T, 2011, 151 p.
10. Adzhiev A.Kh., Sin'kevich A.A., Mikhailovskii Yu.P., Dovgalyuk Yu.A., Veremei N.E., Bogdanov E.V., Malkarova A.M., Abshaev A.M. Issledovaniya razvitiya grozogradovogo oblaka. Chast' 1. Razvitie oblaka i formirovanie elektricheskikh razryadov [Studies of the development of thundercloud clouds. Chapter 1. Development of the cloud and the formation of electrical discharges]. *Meteorologiya i gidrologiya*. 2016, No. 9, pp. 27-40.
11. Boccippio D.J., Cummins K.L., Christian H.J., Goodman S.J. Combined Satellite- and Surface-Based Estimation of the Intracloud-Cloud-to-Ground Lightning Ratio over the Continental United States. *Mon. Weather Rev.* 2001, vol. 129, pp. 108-122.
12. Kozlov V.I., Mullayarov V.A., Grigor'ev Yu.M., Tarabukina L.D. Parametry grozovoi aktivnosti i molnievykh razryadov na territorii tsentral'noi Yakutii v 2009-2012 gg. [Parameters of thunderstorm activity and lightning discharges in the territory of central Yakutia in 2009-2012]. *Izvestiya RAN. Fizika atmosfery i okeana*. 2014, vol. 50, No. 3, pp. 365-372.
13. Ershova T.V., Gorbatenko V.P. Parametry molnievoi aktivnosti po instrumental'nym izmereniyam [Parameters of lightning activity according to instrumental measurements]. *Vestn. TGPU*. 2011, iss. 5 (107), pp. 151-154.
14. Berger K. Methoden und resiltate der blitzforschung auf dem Monte San Salvatore bei Lugano in den jahren 1963-1971. *Bull. SEV* 63, 1972, No. 24.

УДК 551.594.221.001.6

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-63-68

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИЯ НАТУРНЫХ КЛИМАТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ОБЪЕКТОВ ТЕХНИКИ И МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОГОРЬЯ

© 2018 г. С.И. Бахшаев¹, А.Х. Аджиев², Г.В. Куповых³

¹Центральный научно-исследовательский институт Военно-воздушных сил Минобороны России, Щелково, Россия,

²Высокогорный геофизический институт, Нальчик, Россия,

³Южный федеральный университет, Таганрог, Россия

PECULIARITIES OF ORGANIZING AND CONDUCTING FULL-SCALE CLIMATIC TESTING OF EQUIPMENT AND MATERIALS IN HIGH ALTITUDE CONDITIONS

S.I. Bakshaev¹, A.H. Adzhiev², G.V. Kupovykh³

¹Central Research Institute of the Air Force, Ministry of Defense of Russia, Shchelkovo, Russia,

²High-Mountain Geophysical Institute, Nalchik, Russia,

³Southern Federal University, Taganrog, Russia

Бахшаев Сергей Иванович – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Центральный научно-исследовательский институт Военно-воздушных сил Минобороны России, ул. Аэродромная, 2, корп. 5, г. Щелково, Московская область, 141103, Россия, e-mail: goncharova_oa@inbox.ru

Sergey I. Bakshaev - Candidate of Technical Sciences, Leading Researcher, Central Research Institute of the Air Force, Ministry of Defense of Russia, Aerodromnaya St., 2, Build 5, Shchelkovo, Moscow Region, 141103, Russia, e-mail: goncharova_oa@inbox.ru

Аджиев Анатолий Хабасович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом стихийных явлений, Высокогорный геофизический институт, пр. Ленина, 2, г. Нальчик, КБР, 360030, Россия, e-mail: adessa1@yandex.ru

Anatoly H. Adzhiev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Natural Phenomena, High-Mountain Geophysical Institute, Lenina Ave, 2, Nalchik, KBR, 360030, Russia, e-mail: adessa1@yandex.ru

Куповых Геннадий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Инженерно-технологическая академия, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, 347928, Россия, e-mail: kupovykh@sfsu.ru

Gennady V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the High Mathematics Department, Academy for Engineering and Technologies, Southern Federal University, Nekrasovskii Lane, 44, Taganrog, 347928, Russia, e-mail: kupovykh@sfsu.ru

Приводится анализ проведения экстремальных натурных климатических испытаний объектов техники и материалов в высокогорных условиях на пике Терскол (3000 м н.у.м.) в Приэльбрусье. В качестве комплекса физико-географических условий, влияющих на объекты техники, рассматриваются радиационный режим, циркуляция атмосферы и подстилающая поверхность. Под действием солнечной радиации, особенно ультрафиолетовой компоненты, изделия из резины, лакокрасочные покрытия, органическое стекло, ткани и др. разрушаются в 2 раза быстрее, чем на равнине. Нагрев и большая разница температур (более 100 °C) лицевой и тыльной сторон объектов испытаний являются мощным разрушительным фактором для средств защиты от коррозии металлических поверхностей. В условиях низкого атмосферного давления вероятность пробоя воздушного промежутка между проводниками увеличивается на 30 %. Зона максимального выпадения осадков (зимой в виде снега) располагается на высоте 3000 м и превышает 1000 мм. На ветровой режим сильно влияют рельеф местности и подстилающая поверхность. Максимальные значения порывов ветра превышают 50 м/с. Таким образом, в условиях высокогорья наиболее экстремальными климатическими факторами являются солнечная радиация, нагрев поверхности солнечными лучами, пониженное атмосферное давление, снеговая и ветровая нагрузки.

Ключевые слова: техника, материалы, натурные испытания, высокогорье, солнечная радиация, нагрев, атмосферное давление, снеговая и ветровая нагрузки, брезент, резина, коррозия.

An analysis is given of carrying out extreme full-scale environmental testing of equipment and materials in high-altitude conditions at the peak of Terskol (3000 m above sea level) in the Elbrus region. As a complex of physical and geo-

graphical conditions affecting the objects of technology, the radiation regime, the circulation of the atmosphere and the underlying surface are considered. Under the influence of solar radiation, especially the ultraviolet component, rubber products, paintwork, organic glass, cloth, etc. are destroyed 2 times faster than on the plain. Heating and large temperature difference (more than 1000 °C) of the front and back sides of the test objects is a powerful destructive factor for corrosion protection of metal surfaces. In conditions of low atmospheric pressure, the probability of breakdown of the air gap between conductors is increased by 30 %. The zone of maximum precipitation (in the winter in the form of snow) is located at an altitude of 3000 m and exceeds 1000 mm. The wind regime is strongly influenced by the terrain and the underlying surface. The maximum values of wind gusts exceed 50 m/s. Thus, in conditions of high mountains, the most extreme climatic factors are solar radiation, heating of the body surface by solar beams, reduced atmospheric pressure, snow and wind loads.

Keywords: *technique, materials, full-scale tests, high altitude, solar radiation, heating, atmospheric pressure, snow and wind loads, tarpaulin, rubber, corrosion.*

Показатели долговечности и сохранности объектов техники во многом определяются их стойкостью к воздействию климатических и биологических факторов внешней среды [1–8]. Оценка климатической стойкости объектов техники и материалов может быть осуществлена при проведении как испытаний в лабораторных условиях, так и климатических испытаний в натурных (естественных) условиях. Также необходимо отметить, что климатические испытания объектов техники и материалов являются составной частью системы контроля качества [1, 9, 10].

Находясь на натурных испытаниях, объекты техники подвергаются естественно возникающим воздействиям климатических факторов, что дает возможность выявить комплексное влияние этих факторов на качество материалов, защитных покрытий, средств временной противокоррозионной защиты, на изменение параметров, а также на их работоспособность [5, 7, 8, 11–13].

Проведение натурных испытаний должно максимально приближаться по воздействию климатических факторов внешней среды к реальным условиям эксплуатации. Поэтому выбор условий для проведения испытаний будет базироваться на анализе требований к изделиям по категориям исполнения в части воздействия климатических факторов, согласно ГОСТ 15150-69 и ГОСТ 15151-69, эксплуатационным характеристикам, условиям и режимам их эксплуатации, а также климатическим характеристикам различных районов и зон, в которых возможно применение этих изделий.

При организации натурных климатических испытаний объектов техники и материалов при выборе места проведения испытаний необходимо руководствоваться характеристиками жесткости климата и выбор оставлять за наиболее жесткими.

Объекты техники, предназначенные для повсеместной эксплуатации на территории России, рекомендуется испытывать во всех климатических зонах и типах атмосфер или в экстремальных для данного объекта техники климатических условиях.

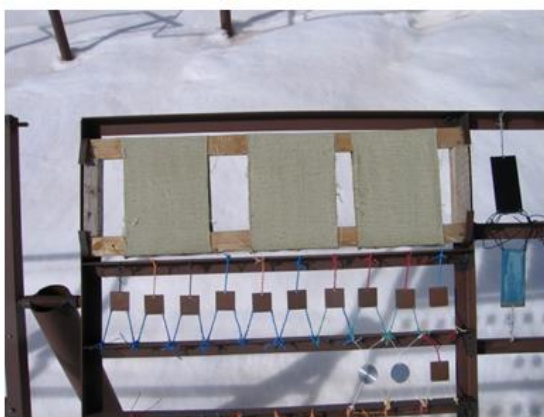
Одной из экстремальных климатических зон для объектов техники являются климатические районы высокогорья. Сегодня практически отсутствуют возможности проведения натурных климатических испытаний объектов техники в этих условиях. Существует только одна климатическая площадка для проведения подобных испытаний – это станция «Пик Терскол», расположенная на высоте 3100 м над уровнем моря в регионе Центрального Кавказа. Рассмотрим климатические характеристики района высокогорья.

Климат исследуемого района формируется под воздействием комплекса физико-географических условий, из которых наиболее важными являются радиационный режим, циркуляция атмосферы и подстилающая поверхность [13]. Разберем отдельно влияние на объекты техники и материалы наиболее экстремальных климатических факторов.

В Приэльбрусье более 300 солнечных дней в году. Интенсивность суммарной солнечной радиации составляет от 1,3–1,5 кал/(см²·мин). Воздействие солнечной радиации на объекты техники и материалы определяется диапазоном электромагнитных волн, достигающих их поверхности. В условиях высокогорья наряду с видимой и инфракрасной областью излучения существенное влияние на состояние техники оказывает ультрафиолетовая компонента с длинами волн 280–315 нм.

Солнечная радиация оказывает отрицательное влияние на резинотехнические изделия, лакокрасочные покрытия, органическое стекло, ткани и другие неметаллические материалы. Воздействие прямых солнечных лучей приводит к образованию микротрещин в изделиях из органического стекла (серебрение) и резины.

На рис. 1–3 приведены изменения, которые происходят под действием солнечной радиации. В горных условиях деструктивные процессы могут происходить в 2 раза быстрее, чем на равнинной местности. Так, полиэтиленовые пленки (150...200 мкм) могут разрушиться за 1,5–2,0 месяца.



a/a



б/б

Рис. 1. Льняная брезентовая ткань после 3 месяцев испытаний (а), в сравнении с контрольным образцом (б) /
Fig. 1. Linen canvas fabric after 3 months of testing (a), in comparison with the control sample (b)

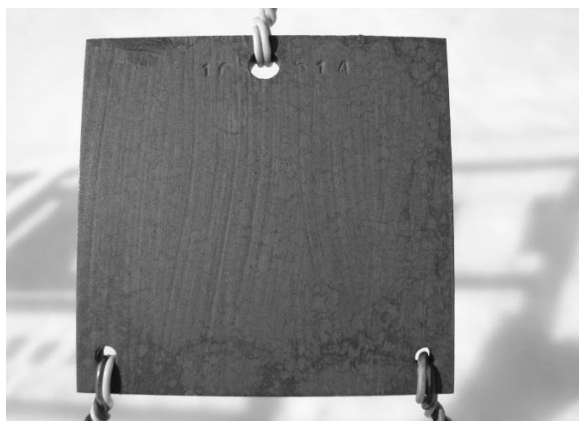


Рис. 2. Разрушение ЛКП после 6 месяцев испытаний /
Fig. 2. Destruction of LCP after 6 months of testing



Рис. 3. Растрескивание резины после одного года испытаний /
Fig. 3. Cracking of rubber after 1 year of testing

Другим климатическим фактором, который относится к экстремальным, является температура поверхности объектов техники и материалов. Нагрев тела солнечными лучами зависит от интенсивности солнечной радиации, температуры окружающей среды и от отражательной способности тела. В летние месяцы поток суммарной радиации может достигать $78,4 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$. Особо хочется отметить большую разницу температур лицевой и тыльной сторон объектов испытаний. В некоторых случаях такая разница достигает более 100°C .

На рис. 4 показано разрушение средств защиты от коррозии на металлических поверхностях после одного года испытаний (деструкция защитного состава (керосин с присадкой АКОР-1) на магниевой пластине (а), пленкообразующие защитные составы типа «водно-восковые» (б) на

закорродированной стальной пластине и ПИНС (в, г) на стальных пластинах). На рисунке приведена лицевая сторона пластин, тыльная сторона осталась без изменений.

На конструкционные материалы немаловажное значение оказывает атмосферное давление. Атмосферное (барометрическое) давление значительно меняется с изменением высоты местности над уровнем моря.

На высоте порядка 3000 м над уровнем моря атмосферное давление составляет около 525 мм рт. ст. (700 гПа). С ростом высоты снижается электрическая прочность воздуха. При значительном уменьшении атмосферного давления воздуха уменьшается напряжение пробоя воздушного промежутка между проводниками. Вероятность пробоя увеличивается на 30 % при снижении давления с 1013 до 709 гПа (с 1 до 0,7 атм.).



a/a



б/б



в/в



г/г

Рис. 4. Разрушение средств защиты от коррозии на металлических поверхностях после одного года испытаний (пояснения в тексте) / Fig. 4. Destruction of corrosion protection means on metal surfaces after 1 year of testing

Пониженное давление также влияет на полупроводники, вызывая ухудшение теплоотдачи и уменьшение пробивного напряжения; снижает механические свойства полимерных и лакокрасочных покрытий материалов.

Распределение осадков по территории Приэльбрусья крайне неравномерно, особенно в горных районах, где на величину осадков влияют высота, экспозиция склонов и местная циркуляция воздуха. Зона максимального выпадения осадков лежит на высоте не менее 3000 м и превышает 1000 мм. Осадки на этих высотах выпадают в основном в виде снега. Максимальные значения высоты снежного покрова в указанных высотных пределах могут достигать более 1 м.

На рис. 5 показана возникающая высота снежного покрова на станции «Пик Терскол». Высота столбов

стендов составляет 2 м. Образующийся снежный столб является дополнительной нагрузкой на стационарные объекты техники.

На ветровой режим влияют рельеф местности и подстилающая поверхность. Ветер в основном не превышает скорости 3 м/с. Преобладает ветер западных направлений. Однако на высотах более 3000 м бывают и ураганные ветры. Максимальные значения порывов ветра превышают 50 м/с. Сильные ветры приходятся на зимние и весенние месяцы, начиная с конца декабря по начало мая.

Таким образом, следует учитывать, что в условиях высокогорья наиболее экстремальными климатическими факторами являются солнечная радиация, нагрев поверхности тела солнечными лучами, пониженное атмосферное давление, снеговая и ветровая нагрузки.



a/a



b/b

Рис. 5. Стенды с образцами в зимнее время (а) и в летнее время (б) /
Fig. 5. Stands with samples in winter (a) and in summer(b)

При организации натурных климатических испытаний объектов техники и материалов на эти климатические факторы такие испытания следует проводить в высокогорных условиях. Размещение образцов материалов и объектов техники необходимо осуществлять с учетом предельных значений климатических факторов, которые могут воздействовать на объекты.

Литература

1. Карпов В.А. Натурные климатические испытания в решении проблемы сохраняемости и увеличения сроков службы вооружения и военной техники // Испытания на климатическую стойкость вооружения и военной техники : сб. ст. Люберцы, 2006. С. 22.
2. Серегин М.Ю. Организация и технология испытаний : в 2 ч. Ч. 1 : Методы и приборы испытаний. Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. 84 с.
3. Шмидт Э.Л. Натурные испытания электронных приборов. М. : Советское радио, 1976. 136 с.
4. Глудкин О.Л., Черняев В.Н. Технология испытания микросхем радиоэлектронной аппаратуры и интегральных микросхем. М. : Энергия, 1980. 360 с.
5. Павлов Н.Н. Старение пластмасс в естественных и искусственных условиях. М. : Химия, 1982. 224 с.
6. Бегларян В.Х. Климатические испытания аппаратуры и средств измерений. М. : Машиностроение, 1983. 156 с.
7. Коррозионная стойкость нержавеющей стали применительно к авиационной технике / под ред. Л.Я. Гурвич. М. : ВИАМ, 1988. 142 с.
8. Шехтер Ю.Н., Школьников Б.М., Богданова Т.И., Милованов Б.Д. Рабоче-консервационные смазочные материалы. М. : Химия, 1979. 256 с.

9. Розенфельд И.Л., Рубинштейн Ф.И., Жигалова К.А. Защита металлов от коррозии лакокрасочными покрытиями. М. : Химия, 1987. 224 с.

10. Синяевский В.С., Вальков В.Д., Калинин В.Д. Коррозия и защита алюминиевых сплавов. М. : Металлургия, 1986. 368 с.

11. Альтман М.Б., Амбарцумян С.М., Аристова Н.А., Арчакова З.Н. Промышленные деформируемые, спеченные и литейные алюминиевые сплавы : справ. руководство. М. : Металлургия, 1972. 552 с.

12. Богданова Т.И., Шехтер Ю.Я. Ингибированные нефтяные составы для защиты от коррозии. М. : Химия, 1984. 248 с.

13. Разумов В.В., Перекрест В.В., Кюль Е.В., Стрешнева Н.П., Ульбашев В.Х., Нечипоренко Г.И., Никаноров И.В., Купцова А.В., Кулиева М.М., Докиокова Т.Н., Тарасенко А.Н. Атлас природных опасностей и стихийных бедствий Кабардино-Балкарской Республики / под ред. М.Ч. Залиханова. СПб. : Гидрометеиздат, 2000. 66 с.

References

1. Karpov V.A. [Full-scale climatic test in addressing the persistence and increase of service life of weapons and military equipment]. *Ispytaniya na klimaticheskuyu stoikost' vooruzheniya i voennoi tekhniki* [Test climatic durability of weapons and military equipment]. Coll. of articles. Lyubertsy, 2006, p. 22.
2. Seregin M.Yu. *Organizatsiya i tekhnologiya ispytaniy* [Organization and technology of testing]: in 2 ch. Ch. 1 : Methods and instruments of testing. Tambov: Izd-vo Tamb. gos. tekhn. un-ta, 2006, 84 p.
3. Shmidt E.L. *Naturnye ispytaniya elektronnykh priborov* [Full-scale testing of electronic devices]. Moscow: Sovetskoe radio, 1976, 136 p.

4. Gludkin O.L., Chernyaev V.N. *Tekhnologiya ispytaniya mikroelementov radioelektronnoi apparatury i integral'nykh mikroskhem* [Technology test of trace elements of electronic devices and integrated circuits]. Moscow: Energiya, 1980, 360 p.
5. Pavlov N.N. *Starenie plastmass v estestvennykh i iskusstvennykh usloviyakh* [Aging of plastics in natural and artificial conditions]. Moscow: Khimiya, 1982, 224 p.
6. Beglaryan V.Kh. *Klimaticheskie ispytaniya apparatury i sredstv izmerenii* [Climatic tests of equipment and measuring instruments]. Moscow: Mashinostroenie, 1983, 156 p.
7. *Korroziionnaya stoikost' nerzhaveyushchikh stalei primenitel'no k aviatsionnoi tekhniki* [Corrosion resistance of stainless steels in relation to aircraft engineering]. Ed. L.Ya. Gurvich. Moscow: VIAM, 1988, 142 p.
8. Shekhter Yu.N., Shkol'nikov B.M., Bogdanova T.I., Milovanov B.D. *Raboche-konservatsionnye smazochnye materialy* [Working-conservation lubricants]. Moscow: Khimiya, 1979, 256 p.
9. Rozenfel'd I.L., Rubinshtein F.I., Zhigalova K.A. *Zashchita metallov ot korrozii lakokrasochnymi pokrytiyami* [Protection of metals from corrosion by coatings]. Moscow: Khimiya, 1987, 224 p.
10. Sinyavskii V.S., Val'kov V.D., Kalinin V.D. *Korroziya i zashchita alyuminievykh splavov* [Corrosion and protection of aluminum alloys]. Moscow: Metallurgiya, 1986, 368 p.
11. Al'tman M.B., Ambartsumyan S.M., Aristova N.A., Archakova Z.N. *Promyshlennye deformiruemye, spechennye i liteinye alyuminievye splavy* [Industrial deformable, sintered and cast aluminium alloys]. Reference guide. Moscow: Metallurgiya, 1972, 552 p.
12. Bogdanova T.I., Shekhter Yu.Ya. *Ingibirovannye neftnyye sostavy dlya zashchity ot korrozii* [Inhibited oil compositions for corrosion protection]. Moscow: Khimiya, 1984, 248 p.
13. Razumov V.V., Perekrest V.V., Kyul' E.V., Streshneva N.P., Ul'bashev V.Kh., Nechiporenko G.I., Nikanorov I.V., Kuptsova A.V., Kulieva M.M., Dokshokova T.N., Tarasenko A.N. *Atlas prirodnykh opasnostei i stikhiinykh bedstvii Kabardino-Balkarskoi Respubliki* [Atlas of natural hazards and disasters Kabardino-Balkar Republic]. Ed. M.Ch. Zalikhanov. Saint Petersburg: Gidrometeoizdat, 2000, 66 p.

УДК 502.171:546.212:574.58

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-69-75

ОЦЕНКА АНТРОПОГЕННОЙ НАГРУЗКИ НА ВОДООХРАННУЮ ЗОНУ ЦИМЛЯНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

© 2018 г. Л.А. Беспалова^{1,2}, Г.И. Скрипка¹, О.В. Ивлиева^{1,2}, Д.С. Швеиц²

¹Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр,
Ростов-на-Дону, Россия,

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

ASSESSMENT OF ANTHROPOGENIC LOAD ON THE WATER PROTECTED ZONE OF TSIMLYANSK RESERVOIR

L.A. Bepalova^{1,2}, G.I. Skripka¹, O.V. Ivlieva^{1,2}, D.S. Shvets²

¹Russian Information-Analytic and Research Water Economy Center, Rostov-on-Don, Russia,

²Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Беспалова Людмила Александровна – доктор географических наук, доцент, главный научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия; профессор, кафедра океанологии, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: bespalowaliudmila@yandex.ru

Скрипка Григорий Иванович – кандидат геолого-минералогических наук, заведующий отделом, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: skripka.grisha@yandex.ru

Ивлиева Ольга Васильевна – доктор географических наук, доцент, главный научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия; профессор, кафедра туризма, Высшая школа бизнеса, Южный федеральный университет, ул. 23-я линия, 43, г. Ростов-на-Дону, 344019, Россия, e-mail: ivlieva.o@mail.ru

Швеиц Диана Сергеевна – магистрант, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: no.color.di@gmail.com

Lyudmila A. Bepalova - Doctor of Geography, Associate Professor, Main Researcher, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia; Professor, Oceanology Department, Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: bespalowaliudmila@yandex.ru

Grigori I. Skripka - Candidate of Geology and Mineralogy, Head of Department, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: skripka.grisha@yandex.ru

Ol'ga V. Ivlieva - Doctor of Geography, Associate Professor, Main Researcher, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia; Professor, Department of Tourism, Graduate School of Business, Southern Federal University, 23-ya Liniya, St., 43, Rostov-on-Don, 344019, Russia, e-mail: ivlieva.o@mail.ru

Diana S. Shvets - Magistrate, Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: no.color.di@gmail.com

В связи с постоянным развитием и интенсификацией хозяйства в прибрежной зоне Цимлянского водохранилища, а также расширением транспортной инфраструктуры выполнен всесторонний анализ антропогенной деятельности в данном регионе. В качестве объекта исследований выбрана водоохранная зона Цимлянского водохранилища. Предметом исследования стало экологическое состояние территории при функционировании хозяйственной инфраструктуры. Выполнено зонирование территории по степени антропогенной нагрузки, позволяющее в дальнейшем организовать планирование своевременных мер по защите прибрежных зон. Цель исследования – дать оценку антропогенного воздействия на водоохранную зону Цимлянского водохранилища. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- рассмотрены основные проблемы в области исследований водоохранных зон;
- проанализирована хозяйственная деятельность в водоохранной зоне Цимлянского водохранилища;
- проведена оценка демографической нагрузки на прибрежные территории Цимлянского водохранилища.

В основу исследования положен комплексный анализ данных, предоставленных Управлением водными ресурсами Цимлянского водохранилища, а также исследован и применён обширный фактический материал на основании научных публикаций, информационно-аналитических статей и законодательных актов. При составлении картосхем использовались возможности ГИС-технологий,

в средах «Панорама 10.8.2» и ArcGIS 10.1. Полученные в ходе работы результаты позволили сделать вывод об участках водоохранной зоны водохранилища, наиболее подверженных антропогенной нагрузке, и предложить комплекс мер по ее снижению.

Ключевые слова: Водный кодекс, водоохранная зона, экспертная оценка, антропогенная нагрузка, демографическая нагрузка, коэффициент антропогенного давления, Цимлянское водохранилище.

In connection with the steady development and intensification of economy in the Tsimlyansk reservoir littoral zone as well as expansion of the transport infrastructure, a detailed analysis of anthropogenic activity in this region is carried out. As an object of investigation, the water protection zone of Tsimlyansk reservoir is chosen. The ecological state of the territory when functioning the economic infrastructure became the investigation subject.

Regionalization of territories by the degree of the anthropogenic load allowing in the future to organize planning timely measures to protect littoral zones is carried out.

The research purpose is to assess the anthropogenic impact on the water protection zone of Tsimlyansk reservoir. To achieve the purpose set, the following tasks are solved:

- the main problems in the field of water protection zone investigation are considered;*
- business activity in the Tsimlyansk water protection zone is analysed;*
- assessment of demographic load on the littoral territories of Tsimlyansk reservoir is conducted.*

An integrated analysis of the data presented by the Water resources Authority of Tsimlyansk reservoir is assumed as the research basis. Extensive factual material on the base of scientific publications, information articles and legislative acts is studied and used as well. When drawing up schematic maps, means of GIS-technologies in «Panorama 10.8.2» and ArcGis 10.1. environments are used.

The results received allowed to draw a conclusion about sections of the reservoir water protection zones mostly subjected to the anthropogenic load and to propose a package of measures to lower it.

Keywords: Water Code, water protected zone, expert judgement, anthropogenic load, demographic load, coefficient of anthropogenic pressure, Tsimlyansk reservoir.

Согласно Водному кодексу РФ, водоохранная зона (ВЗ) – территория, примыкающая к акваториям рек, озер, водохранилищ и других поверхностных водных объектов, на которой устанавливается специальный режим хозяйственной и иных видов деятельности с целью предотвращения загрязнения, засорения, заиления и истощения водных объектов, а также сохранения среды обитания объектов животного и растительного мира [1]. В этой связи цель данного исследования является оценка антропогенного воздействия на ВЗ Цимлянского водохранилища в современный период.

В основу исследования положены данные мониторинга Управления водными ресурсами Цимлянского водохранилища (УВРЦВ) за период 2015–2017 гг., а также материалы статистики по Ростовской и Волгоградской областям. При составлении картосхем использовались возможности ГИС-технологий, в средах «Панорама 10.8.2» и ArcGIS 10.1. Для оценки антропогенной нагрузки применялись методы балльных оценок, ранжирования и экспертных оценок [2].

Так как Цимлянское водохранилище имеет рыбохозяйственную ценность, прибрежная защитная полоса (ПЗП) водохранилища соответствует по ширине ВЗ. Следовательно, здесь, согласно Водному кодексу, запрещена любая хозяйственная деятельность. Тем не менее в ВЗ, по данным мониторинга УВРЦВ, сосредоточено значительное количество антропогенных объектов [3]. Все антропогенные объекты, оказывающие влияние на ВЗ Цимлянского водохранилища, были объединены по функциональным признакам в группы (рис. 1).

Основными объектами, оказывающими влияние на ВЗ Цимлянского водохранилища, являются земельные участки, базы отдыха, населённые пункты, в которых они могут быть расположены. Для анализа степени нагрузки объектами на ВЗ Цимлянского водохранилища с помощью метода экспертных оценок были введены весовые коэффициенты, позволяющие наиболее точно определить влияние каждого из рассматриваемых факторов (таблица).

С применением весовых коэффициентов стало возможным определить степень антропогенной нагрузки на исследуемую ВЗ в баллах. Проведённые расчёты позволили составить сравнительную характеристику по степени загруженности ВЗ районов антропогенными объектами (рис. 2).

Наибольшую нагрузку антропогенными объектами ВЗ имеют Калачевский и Городищенский районы и г. Волгодонск, так как на их территории приходится наибольшее число населённых пунктов с базами отдыха и промышленными объектами.

Все показатели антропогенной нагрузки были проранжированы по количеству объектов, плотности их расположения и степени воздействия в баллах с учетом весовых коэффициентов. В результате установлено, что по загруженности антропогенными объектами ВЗ Калачевского района испытывает самую сильную антропогенную нагрузку. Средними показателями характеризуются Цимлянский, Городищенский районы и г. Волгодонск. ВЗ остальных районов имеет относительно невысокий показатель.

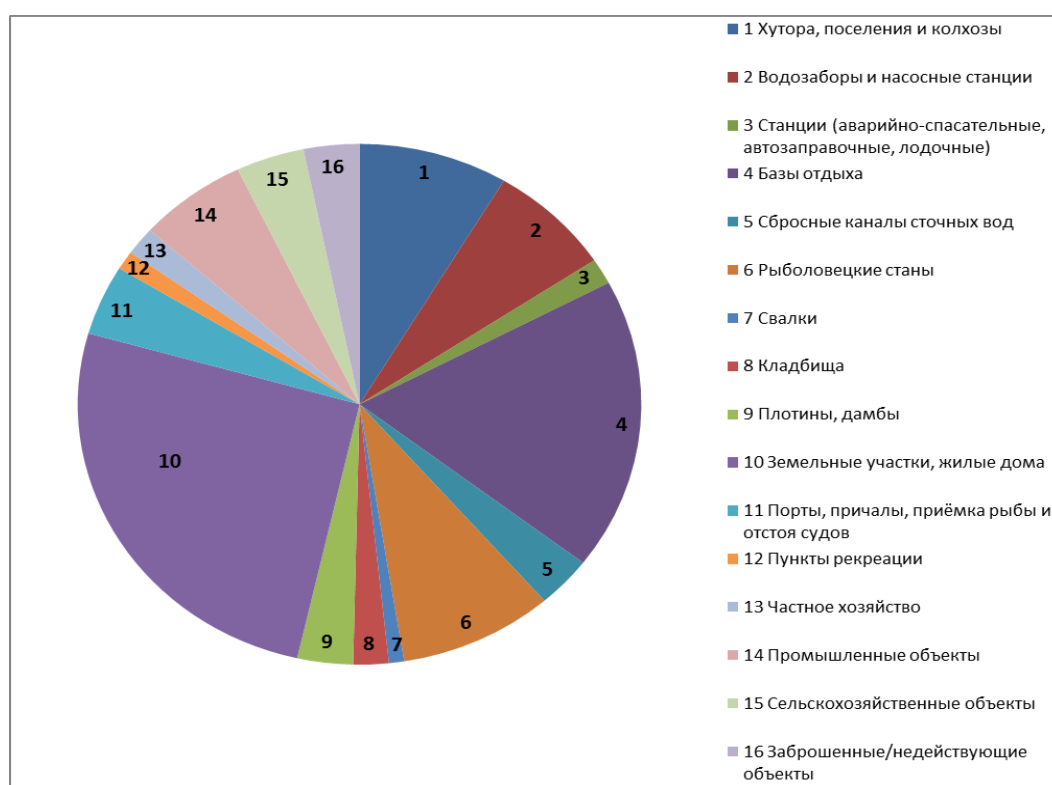


Рис. 1. Структура антропогенных объектов, оказывающих воздействие на ВЗ Цимлянского водохранилища /
Fig. 1. The structure of man-made objects affecting the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir

**Весовые коэффициенты объектов антропогенной нагрузки по результатам экспертных оценок /
Weighting coefficients of anthropogenic load objects according to the results of expert assessments**

Объекты антропогенной нагрузки	Весовые коэффициенты
Хутора, поселения и колхозы	0,6
Водозаборы и насосные станции	0,5
Станции (аварийно-спасательные, автозаправочные, лодочные)	0,5
Базы отдыха	0,7
Сбросные каналы сточных вод	1,0
Рыболовецкие станы	0,6
Свалки	1,0
Кладбища	0,4
Плотины, дамбы	0,7
Земельные участки, жилые дома	0,6
Порты, причалы, приёмка рыбы и отстоя судов	0,8
Пункты рекреации	0,9
Частное хозяйство	0,8
Промышленные объекты	1,0
Сельскохозяйственные объекты	0,9
Заброшенные/недействующие объекты	0,2

На основании полученных данных была составлена карта, характеризующая распределение степени нагрузки антропогенными объектами по всей ВЗ водохранилища (рис. 3).

Для комплексной оценки антропогенной нагрузки, кроме степени воздействия на ВЗ антропогенных объ-

ектов, были исследованы показатели демографической нагрузки. Демографический фактор, учитывающий численность и плотность населения, отражается коэффициентом антропогенного давления К: $\lg K = -0,97 + 0,90 \lg \text{ПН}$, где К – коэффициент антропогенного давления; ПН – плотность населения, чел./км².

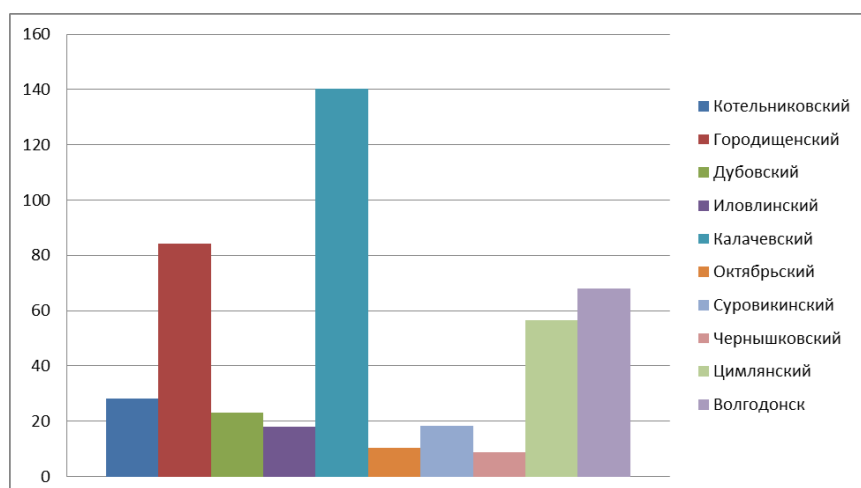


Рис. 2. Степень загрузки антропогенными объектами ВЗ Цимлянского водохранилища, баллы /
 Fig. 2. The degree of utilization of anthropogenic objects of the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir, points

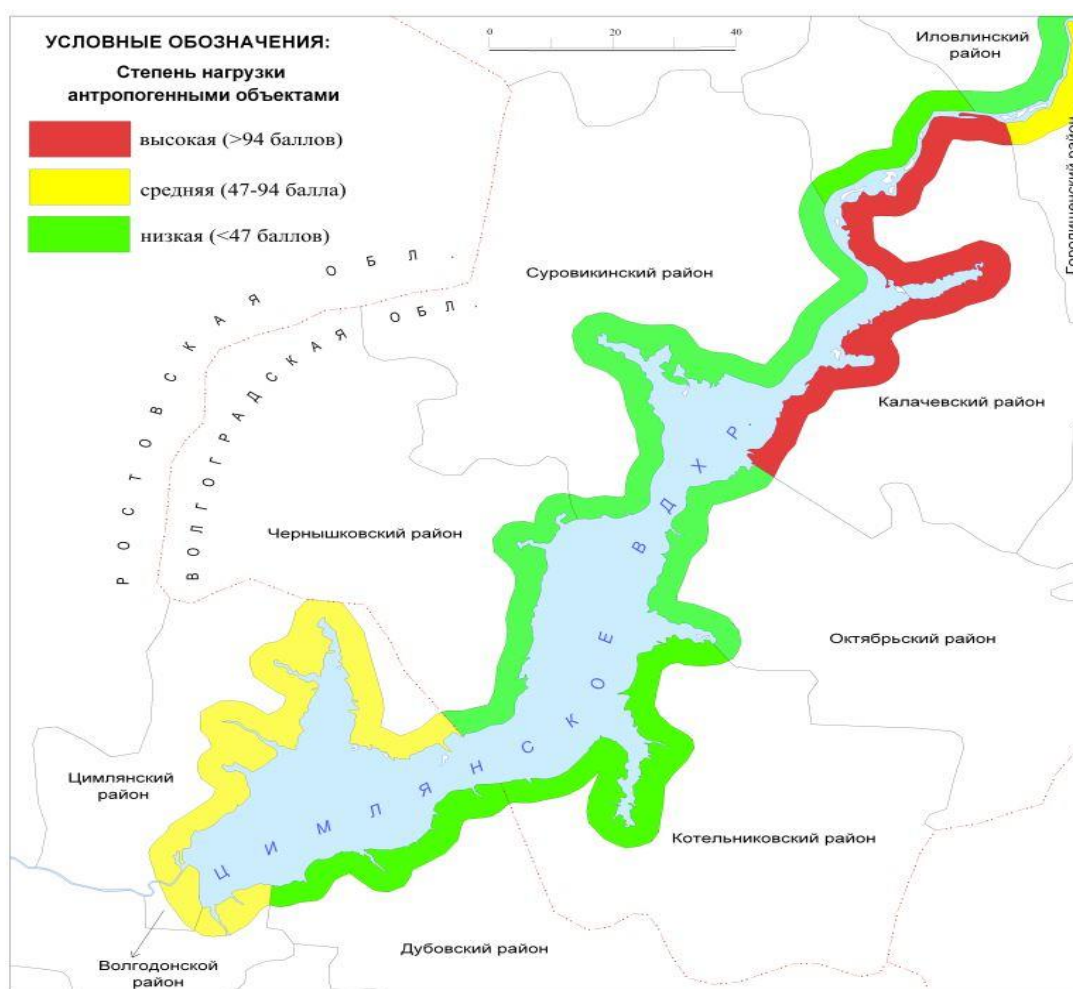


Рис. 3. Районирование ВЗ Цимлянского водохранилища по степени загрузки антропогенными объектами /
 Fig. 3. Zoning of the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir according to the degree of man-made objects utilization

Величина коэффициента антропогенного давления служит простым и удобным интегральным показателем, связанным с количеством сброшенных загрязненных сточных вод и выбросом металлов в географическую оболочку в процессе техногенеза [4]. Ран-

жирование данного показателя производилось по тому же принципу, что и предыдущие факторы. По полученным данным была построена карта демографической нагрузки по показателю антропогенного давления (К) в ВЗ Цимлянского водохранилища (рис. 4).

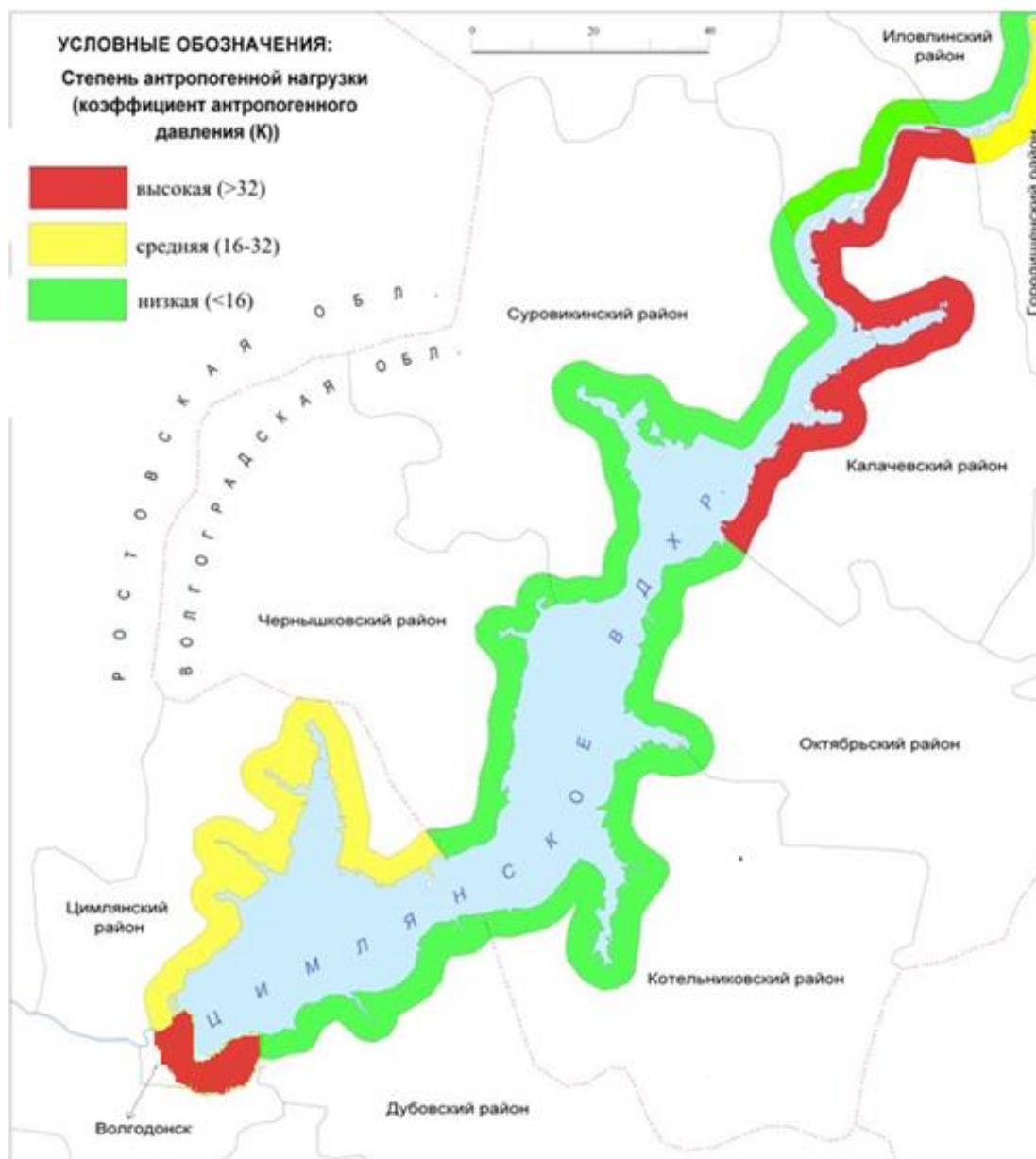


Рис. 4. Демографическая нагрузка на ВЗ Цимлянского водохранилища по показателю антропогенного давления (К) /
Fig. 4. Demographic load on the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir in terms of anthropogenic pressure (K)

По сумме баллов нагрузки от антропогенных объектов и демографической компоненты была составлена карта интегральной оценки, антропогенной нагрузки на территорию ВЗ Цимлянского водохранилища (рис. 5). Исходя из полученных данных, можно сделать вывод, что к районам

с высоким показателем интегральной антропогенной нагрузки относятся Калачевский район, со средним – Цимлянский и Городищенский районы и г. Волгодонск. В ВЗ остальных районов зафиксирована относительно низкая антропогенная нагрузка.

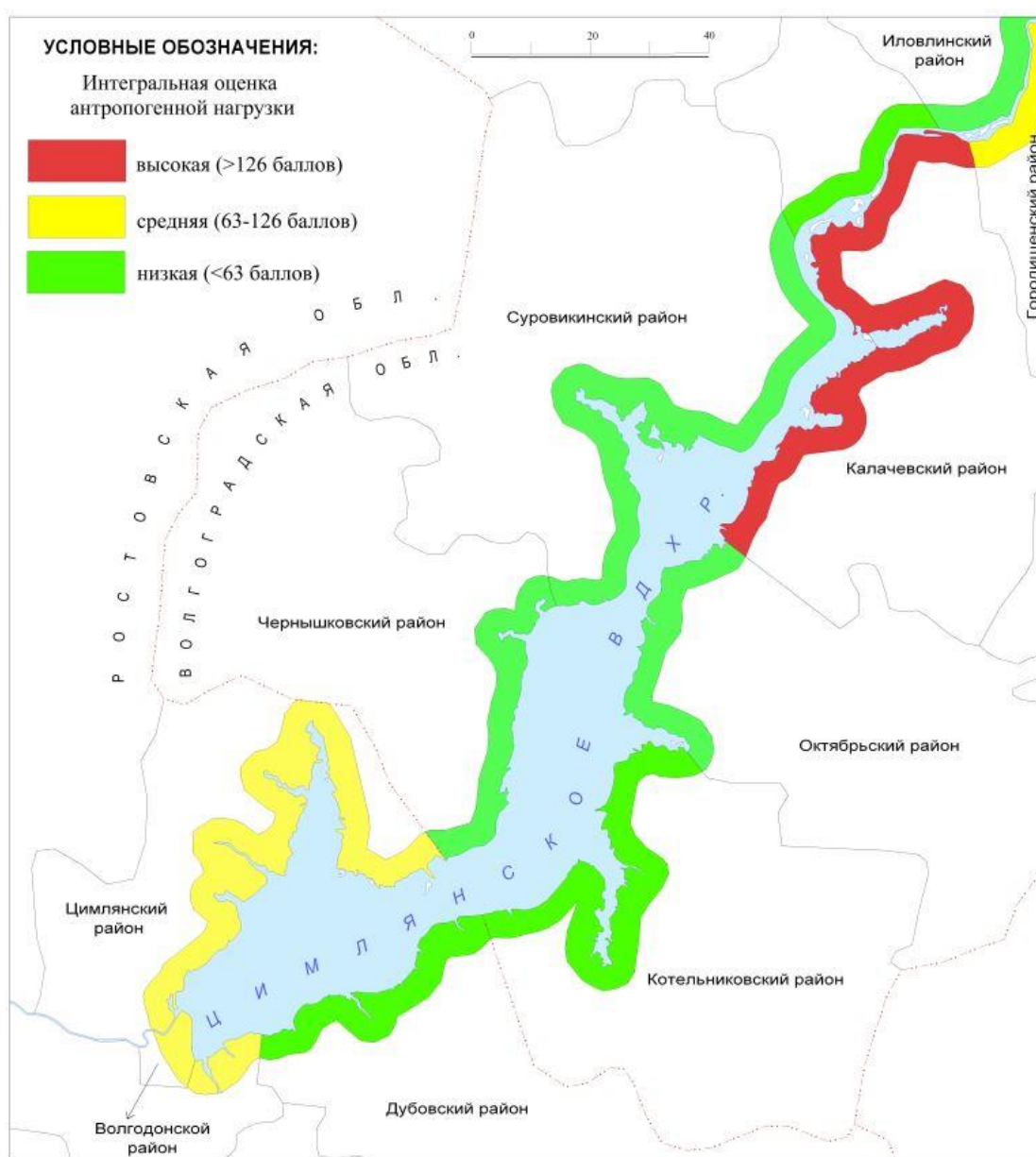


Рис. 5. Интегральная оценка антропогенной нагрузки на территорию ВЗ Цимлянского водохранилища /
Fig. 5. Integrated assessment of anthropogenic load on the territory of the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir

Проведенные исследования показали, что в ВЗ Цимлянского водохранилища водное законодательство и регламент хозяйственной деятельности существенно нарушаются из-за высокой демографической нагрузки и загруженности антропогенными объектами. В особенности это касается ВЗ Калачевского, Цимлянского, Городищенского районов и г. Волгодонска.

Так как состав и количество антропогенных объектов в ВЗ постоянно меняются, то же касается и демографических показателей, необходим системный мониторинг за объектами и видами хозяйственной

деятельности, а для улучшения ситуации в исследуемых территориях должен быть усилен комплекс мер по снижению антропогенной нагрузки в водной охране, заключающийся:

- в повсеместном информировании водопользователей об установленных правилах, касающихся ВЗ Цимлянского водохранилища;
- проведении мероприятий по улучшению текущего состояния ВЗ – организации субботников, создании очистных сооружений для местных водостоков;
- организации систем видеонаблюдения за ВЗ и/или установке заграждений, препятствующих

расположению в этих зонах запрещённых антропогенных объектов;

– ужесточении штрафов за нарушение установленных правил.

Литература

1. Водный кодекс Российской Федерации от 03.06.2006 № 74-ФЗ (ред. от 29.07.2017). М., 2006.
2. Коробов В.Б. Экспертные методы в географии и геоэкологии. Архангельск. Поморский ун-т, 2008. 236 с.
3. Косолапов А.Е., Скрипка Г.И., Ивлиева О.В., Беспалова Л.А., Дандара Н.Т. Современное состояние и совершенствование мониторинга водоохранной зоны Цимлянского водохранилища в пределах города Волго-донска // Чистая вода России: материалы XIV Между-нар. науч.-практ. симп. Екатеринбург, 2017. С. 240–244.
4. Дмитриев В.В., Фрумин Г.Т. Экологическое нормирование и устойчивость природных систем. СПб.: Наука, 2004. 294 с.

References

1. *Vodnyi kodeks Rossiiskoi Federatsii ot 03.06.2006 № 74-FZ (red. ot 29.07.2017)* [The Water Code of the Russian Federation of 03.06.2006 No. 74-FZ (as amended on 29.07.2017)]. Moscow, 2006.
2. Korobov V.B. *Ekspertnye metody v geografii i geoekologii* [Expert methods in geography and geoe-cology]. Arkhangelsk: Pomorskii un-t, 2008, 236 p.
3. Kosolapov A.E., Skripka G.I., Ivlieva O.V., Bepalova L.A., Dandara N.T. [Current state and im-provement of monitoring of the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir within the city of Volgodon-sk]. *Chistaya voda Rossii* [Clean water of Russia]. Materials of XIV International scientific-pract. symposium. Ekate-rinburg, 2017, pp. 240-244.
4. Dmitriev V.V., Frumin G.T. *Ekologicheskoe normirovanie i ustoichivost' prirodnikh sistem* [Envi-ronmental standardization and resistance of natural systems]. Saint Petersburg: Nauka, 2004, 294 p.

Поступила в редакцию / Received

28 августа 2018 г. / August 28, 2018

УДК 631.445.52(470.67)

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-76-81

СЕЗОННАЯ ДИНАМИКА РАСТИТЕЛЬНОСТИ ЗАПАДНОГО ПРИКАСПИЯ (НА ПРИМЕРЕ ТЕРЕСКО-СУЛАКСКОЙ НИЗМЕННОСТИ)

© 2018 г. М.И. Джалалова¹, З.У. Гасанова¹

¹Прикаспийский институт биологических ресурсов ДНЦ РАН, Махачкала, Россия

SEASONAL DYNAMICS OF VEGETATION OF THE WESTERN CASPIAN REGION (ON THE EXAMPLE OF TEREK-SULAK LOWLAND)

M.I. Dzhahalalova¹, Z.U. Gasanova¹

¹Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, RAS, Makhachkala, Russia

Джалалова Марина Ильясовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Прикаспийский институт биологических ресурсов ДНЦ РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367025, Россия, e-mail: d.marina.66@mail.ru

Marina I. Dzhahalalova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, RAS, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic Dagestan, 367025, Russia, e-mail: d.marina.66@mail.ru

Гасанова Зарема Улубиевна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Прикаспийский институт биологических ресурсов ДНЦ РАН, ул. М. Гаджиева, 45, г. Махачкала, Республика Дагестан, 367025, Россия, e-mail: zgasanova@list.ru

Zarema U. Gasanova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Caspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, RAS, M. Gadzhieva St., 45, Makhachkala, Republic Dagestan, 367025, Russia, e-mail: zgasanova@list.ru

Исследованы ключевые участки, расположенные в Терско-Сулакской низменности в Кумторкалинском и Бабаюртовском административных районах. Изучено состояние растительных сообществ на луговой солончаковой почве, где общий флористический состав представлен разнотравно-злаково-полынными группировками и включает 63 вида, разнотравно-полынно-злаковой и тростниково-пырейной группировками на лугово-каштановой почве, где общий видовой состав растений представлен 45 видами, а также и полынно-злаковой на светло-каштановой почве, где общий флористический состав представлен 40 видами. Дана оценка фитоценологических показателей: структуры растительного покрова, проективного покрытия, видового разнообразия, обилия видов и величины надземной продукции. Отмечена тесная связь сезонной динамики растительности с засолением почв – наблюдается прямая зависимость между видовым растительным разнообразием и размахом сухого остатка в профилях почв.

Оценка видового состава растительности между ключевыми участками показала, что наибольшее сходство имеют участки в Кумторкалинском районе с преобладанием сообществ солянково-полынно-разнотравных на светло-каштановых и лугово-каштановых почвах, значительно отличающихся от таковых на Львовском участке, расположенном в Бабаюртовском районе на луговых солончаковых почвах, представленным в основном разнотравно-злаково-полынными сообществами. Антропогенные воздействия привели к уменьшению числа видов ценных в кормовом отношении житняков и снижению общей продуктивности пастбищ.

Ключевые слова: Терско-Сулакская низменность, растительный покров, доминанты, флористический состав, засоление почв.

Three key sites located in the Terek-Sulak lowland in Kumtorkala and Babayurt districts were investigated. The state of plant communities on meadow saline soil was studied. The general floristic composition is represented by different grass-cereal-wormwood groups and includes 63 species, mixed grass-wormwood-cereal and reed-wheatgrass groups on meadow-chestnut soil, where the total species composition of plants is represented by 45 species, as well as wormwood-cereal on light chestnut soil, where the total floristic composition is represented by 40 species. The estimation of phytocenotic parameters: the structure of vegetation, projective cover, species diversity, abundance of species and size of above-ground products. The close connection of seasonal dynamics of vegetation with soil salinization is noted - there is a direct relationship between species plant diversity and the scale of dry residue in soil profiles. An assessment of the similarity of the species composition

of vegetation between the key areas showed that the plots in the Kumtorkala region with the predominance of communities of Saltwort wormwood motley grasses on light chestnut and meadow-chestnut soils are most similar and differs significantly from the plot in the Babayurt region on meadow solonchak soils, represented mainly by motley grasses cereals wormwood communities. Anthropogenic impacts led to a decrease in the number of valuable forage species in the fodder and a decrease in the overall productivity of pastures.

Keywords: Terek-Sulak lowland, vegetation cover, dominants, floristic composition, soil salinization.

Аридные экосистемы испытывают значительное разнообразие воздействий, проявляющихся в антропогенной деградации и влияющих на формирование почвенно-растительного покрова [1]. Локальное ослабление аридизации не вызвало оптимизации водно-солевого баланса почв вследствие повышения антропогенного прессинга. Наблюдается снижение уровня грунтовых вод, но он еще остается высоким, что находит свое отражение в состоянии почвенного и растительного покровов и не способствует оптимизации водно-солевого баланса, имеет негативное влияние на кормовую базу, определяемую видовым составом [2]. В связи с этим изучение современного состояния видового растительного разнообразия является актуальным.

Материалы и методы

Период исследований охватывает 2013–2015 гг. Они проводились на трех ключевых участках, расположенных в Терско-Сулакской низменности, в Кумторкалинском и Бабаюртовском административных районах. Целинных почв и естественных фитоценозов здесь почти не осталось, все они преобразованы в агроценозы (орошаемые пашни и сенокосы, рисовники и выгоны) [3–5]. Особенностью сезонной динамики растительности является ее тесная связь с засолением почв. Длительное воздействие на пастбищные экосистемы природных и антропогенных факторов приводит к существенным изменениям коренных сообществ данного региона [1, 6].

Учет надземной фитомассы проводили общепринятыми методами [7]. Изучение растительности проводили в три сезона – весной (май), летом (июль) и осенью (октябрь) с закладкой геоботанических площадок 10×10 м, взятием укосных образцов в восьмикратной повторности. Ключевые участки различаются по типам почв, степени засоления и деградации.

На каждой площадке учитывали общее проективное покрытие почвы растительностью, определяли фазы вегетации, высоту растений и их обилие по шкале Друде, жизненное состояние видов и видовое разнообразие. Срезанную фитомассу разбирали по агроботаническим группам: злаки (*Poaceae*), бобовые (*Fabaceae*), разнотравье; высушивали до воз-

душно-сухого состояния и взвешивали для определения величины надземной фитомассы. Названия видов растений даны по Черепанову [8] и в соответствии с конспектом флоры Дагестана [9]. Анализ водной вытяжки солей проведен в лаборатории почвенных и растительных ресурсов ДНЦ.

Результаты исследования и обсуждение

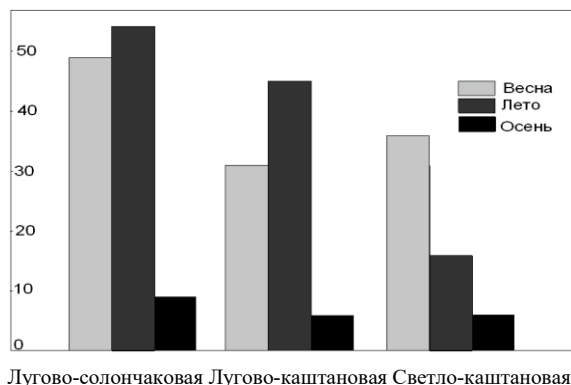
Климат изучаемой территории можно охарактеризовать как умеренно континентальный [10]. Средняя годовая температура (*t*) составляет + 12,3 °С, в мае – 16,1–16,6 °С, июле – 24,3–24,8, октябре – 13,3–13,6. Средняя годовая сумма осадков составляет 328 мм, из них 24 мм приходится на май, 25 – июль, 44 – октябрь. Средняя скорость ветра – 3,9 м/с: в мае – до 6,0, июле – 5,0, октябре – 5,8. Направления ветра в основном субширотного характера (39 % ЮВ, 28 % СЗ).

Почвы под растительными сообществами представлены лугово-солончаковой, лугово-каштановой и светло-каштановой. Лугово-солончаковая и лугово-каштановая почвы приурочены непосредственно к низменности, светло-каштановая примыкает к предгорью.

Разнотравно-злаково-полынная группировка на лугово-солончаковой почве (Разрез 1. Бабаюртовский район, 1,5 км к СЗ от пос. Львовский 5; 43°22'46.44"С, 47°13'21.96"В).

Район характеризуется повышенной антропогенной нагрузкой: пастбища, выгоны, техногенный покров, оросительный канал – все это определяет высокую сезонную динамику солей и антропогенное растительное разнообразие. Весной засоление до 40 см достигает средней и сильной степени, ниже 40 см – очень сильной. К лету его степень (Ст.з.) усиливается до очень сильной за счет ионов хлора. Осенью Ст.з. снижается до средней и сильной. Динамика солей наглядно характеризуется размахом содержания сухого остатка (*Rs*). *Rs* за год составляет 1,254 %; по сезонам: весна (в) – 1,07; лето (л) – 0,832; осень (о) – 0,13 %.

Общий флористический состав представлен разнотравно-злаково-полынными группировками и включает 63 вида, из них весенний период представлен 49 видами растений, входящими в состав 18 семейств (рис. 1).



Лугово-солончаковая Лугово-каштановая Светло-каштановая

Рис. 1. Число видов растений по сезонам и типам почв /
Fig. 1. The quantity of plant species by seasons and soil types

Наибольшее число видов приходится на *Poaceae* – 13, на втором месте – *Asteraceae* – 11, затем *Chenopodiaceae* – 5 и *Fabaceae* – 4. В остальных семействах представлено по 1–2 вида.

Флористический состав в летний период представлен 54 видами растений, входящими в состав 22 семейств. Наибольшее число видов приходится на *Poacea* – 14, *Asteraceae* – 9, *Chenopodiaceae* – 5 и *Fabaceae* – 4. По 1–2 вида приходится на остальные семейства.

Флористический состав в осенний период представлен 9 видами растений, входящими в состав 4 семейств. В основном это *Chenopodiaceae* и *Poacea* – по 3 вида. Аспект желто-зеленый, в основном за счет видов полыни, находящейся в фазе плодоношения и высотой до 50 см. Пятнами встречаются солянка однолетняя (*Salsola crassa*), высотой до 15 см, буровато-красного цвета, кусты тамарикса (*Tamarix hohenackeri*). В осенний период проективное покрытие заметно уменьшилось и составило 40–50 %. Отмечено низкое содержание травостоя вследствие перевыпаса.

Общий запас надземной фитомассы составляет весной 16,5 ц/га, летом – 9,6 и осенью – 3,6 ц/га, при этом на сушь приходится весной 20 % общей надземной массы, летом – 27 и осенью доходит до 90 %.

Весной наземная фитомасса в основном представлена злаками и полынью (*Artemisia taurica*). По степени обилия виды весенней синузии можно расположить в ряд: *Artemisia taurica* > *Medicago minima* > *Poa pratensis* > *Kochia prostrata* > остальные виды.

В летний период надземную фитомассу в основном дает разнотравье, солянки, полынь и злаки (*Petrosimonia oppositifolia*, *Artemisia taurica*). Фракция разнотравья представлена нетипичными для пастбищ видами: *Bupleurum gerardii*, *Potentilla reptans* и др. По степени обилия виды летней синузии можно расположить в ряд: *Artemisia taurica* > *Aeluropus littoralis* > *Petrosimonia oppositifolia* > остальные виды.

В осенний период аспект серый из-за видов полыни. Доминант травостоя – полынь таврическая (*Artemisia taurica*) в фазе цветения, в начале плодоношения. В осенний сезон флористический состав сократился почти в 3 раза, наибольшая доля приходится на сушь, а также полынь и злаки, полностью выпали из травостоя петросимония (*Petrosimonia oppositifolia*) и бобовые.

По обилию виды осенней синузии можно расположить в ряд: *Artemisia taurica* > *Aeluropus littoralis* > *Limonium mejeri* > остальные виды.

Разнотравно-полынно-злаковые и тростниково-пырейные группировки на лугово-каштановой почве (Разрез 7. Кумторкалинский район, 2,5 км к ЮВ от сел. Чолох; 43°10'44.70"С, 47°28'6.36"В).

Территория используется главным образом в качестве пастбища. В весенний период степень засоления выше, чем в остальные сезоны: слабая и средняя, ниже 50 см – очень сильная, летом – слабая, средняя и сильная, осенью – сильная и средняя. Годичный Rs несколько ниже, чем на лугово-солончаковой почве – 1,210 %: в – 1,104, л – 0,766, о – 0,256 %.

Общий видовой состав растений представлен 45 видами. Для весеннего периода характерно разнотравно-полынное сообщество. Аспект бледно-зеленый, основной фон дает *Artemisia taurica* высотой до 30 см и *Aeluropus littoralis*. Флористический состав в весенний период представлен 31 видом, входящим в 13 семейств. Наибольшее число видов имеют *Poaceae* – 10, на втором месте – *Asteraceae* – 7, затем на третьем *Chenopodiaceae* – 6 и четвертое занимают *Fabaceae* – всего 4 вида.

По степени обилия виды весенней синузии можно расположить в ряд: *Artemisia taurica* > *Aeluropus littoralis* > *Poa bulbosa* > *Galium verum* > *Veronica polita* > остальные виды.

Флористический состав наиболее богатый в летний период, где встречаются все представленные 45 видов, входящих в состав 15 семейств. Доминантом травостоя, как и весной, является низовой злак *Aeluropus littoralis*, основная масса которого находится в фазе вегетации, встречаются особи в фазе колошения. Содоминант *Artemisia taurica* в фазе бутонизации. Сохранившиеся эфемеры (*Veronica verna*, *Alyssum desertorum*) в фазе опада семян. По степени обилия виды летней синузии можно расположить в ряд: *Artemisia taurica* > *Psylliostachys spicata* > *Aeluropus littoralis* > остальные виды.

В осенний период флористический состав солянково-полынной группировки представлен 6 видами растений, входящими в состав 3 семейств (*Poaceae*, *Asteraceae*, *Chenopodiaceae*). Заметно влияние перевыпаса. По степени обилия виды осенней синузии можно расположить в ряд: *Artemi-*

sia taurica > *Aeluropus littoralis* > *Kochia prostrata* > *Salsola dendroides* > остальные виды.

Общий запас фитомассы в весенний период – 9,11 ц/га, летний – 19,6 и осенью – 3,4.

Ключевой участок образован ксерофитными сухостепными видами злаков, разнотравья и эфемерами, а также полупустынными гало-ксерофитными полукустарничками (*Artemisia taurica*, *A. monogina*), хорошо переносящими выпас. Основу травостоя составляют низовой злак *Aeluropus littoralis* и эфемер *Medicago minima*. Средообразующий вид *Aeluropus littoralis* очень устойчив к выпасу, быстро отрастает после скармливания на пастбище, отлично поедается на ранней фазе развития, как и остальные злаки (*Stipa capillata*, *Poa bulbosa*, *Elytrigia repens*, *Bromus squarrosus* и др.), в период колошения их питательная ценность резко падает.

В весенний и летний периоды основную массу дают злаки и разнотравье до 80–90 %. Основная масса приходится на виды полыней, злаков и виды бобовых. Осенью встречаются в основном полынь (*Artemisia taurica*) и небольшой процент кохии (*Kochia prostrata*). Отмечено низкое содержание солянок – *Salsola dendroides*, *Suaeda dendroides*.

Здесь также заметно влияние перевыпаса. В летний период по сравнению с весенним (за счет разрастания некоторых видов: низового злака *Aeluropus littoralis*, а также полукустарничка *Artemisia taurica* и кустарника *Suaeda dendroides*) фитомасса злаков возросла в 1,9, а разнотравья – в 1,4 раза. В осенний период по сравнению с летним резко уменьшились в травостое доля злаковых (в 6,9 раза) и незначительно доля разнотравья (в 1,2 раза). В осенний период основной причиной уменьшения надземной фитомассы злаков является выпас крупного рогатого скота.

Полынно-злаковая ассоциация на светло-каштановой почве (Разрез 6. Кумторкалинский район, 2,5 км к СЗ от сел. Коркмаскала; 43° 2'16.32"С, 47°15'066"В).

Пастбище с умеренным выпасом. Ст.з. в течение всех сезонов характеризуется как слабая, только летом ниже 20 см увеличивается до средней. Годичный $R_s = 0,472$ %: в – 0,074, л – 0,473, о – 0,4.

Общий флористический состав представлен 40 видами, входящими в состав 12 семейств. В весенний и летний периоды встречаются в основном все представленные виды. Сообщество злаково-разнотравное с участием бобовых. Наибольшее число приходится на *Asteraceae* – 12 и *Poaceae* – 10 видов, затем по 3 вида на *Fabaceae* и *Ranunculaceae*, на остальные семейства приходится по 1–2 вида. По степени обилия виды весенней синузии можно расположить в ряд: *Artemisia taurica* > *Stipa capillata* > *Medicago minima* > *Veronica polita* > остальные виды.

Смена весеннего периода летним и осенним сопровождается изменением в структуре и видовом составе растений. Осенью из травостоя выпали полностью или частично эфемеры и злаковые. Проктивное покрытие почвы растительностью значительно уменьшилось. Флористический состав сильно сократился и составил 6 видов. По степени обилия виды летней синузии можно расположить в ряд: *Stipa capillata* > *Artemisia taurica* > *Erigeron canadensis* > остальные виды.

В весенний и летний период фитомасса состоит в основном из злаков и разнотравья, отмечено преобладание полукустарничка *Artemisia taurica*. Фракция разнотравья представлена *Teucrium polium*, *Kochia prostrata*, *Limonium Mejeri*, *Frankenia hirsuta*, видами эфемеров. В летний период резко уменьшилось значение надземной фитомассы бобовых (*Fabaceae*), несколько снизилась фитомасса злаков (*Poaceae*), разнотравье осталось на уровне весеннего периода.

В осенний период наблюдалось снижение фитомассы всех агроботанических групп. При этом в летний период суммарный запас надземной фитомассы по сравнению с весенним уменьшился вдвое, в осенний – почти в 5 раз. Доминант травостоя ключевого участка *Medicago minima* поедается также на ранней фазе вегетации. В травостое наряду со злаками преобладает низкорослое разнотравье, встречается мелкотравье: розеточные многолетники – кульбаба щетинистая (*Leontodon hispidus*), синеголовник полевой (*Eryngium campestre*). Виды с высокими кормовыми достоинствами (*Kochia prostrata*, *Camporosma lessingii*) в травостое единичны и представлены в основном молодыми и ювенильными особями. На светло-каштановой почве отмечено появление в составе растительности ковылей. Общий запас фитомассы весной – 3,7 ц/га, летом – 5,2 и осенью – 4,3. На сушь приходится 32 %; весной, летом и осенью – 70.

Выводы

Исследованные фитоценозы на территории Терско-Сулакской низменности образованы в основном сухостепными видами злаков с участием ковылей, разнотравья и эфемеров, а также полупустынным гало-ксерофитным полукустарничком – *Artemisia taurica*. Основу травостоя составляет низовой злак прибрежница обыкновенная (*Aeluropus littoralis*) и полукустарничек полынь таврическая (*Artemisia taurica*) – виды, устойчивые к антропогенным воздействиям.

Антропогенные воздействия привели к уменьшению числа видов ценных в кормовом отношении житняков и снижению общей продуктивности

пастбищ. Растительные сообщества на всех участках засорены рудеральными видами.

Оценка сходства видового состава растительности между ключевыми участками, согласно кластерному анализу (рис. 2), выявила, что наибольшее сходство имеют участки в Кумторкалинском районе (Сары-Кум и Кривая балка) с преобладанием сообществ солянково-полынно-разнотравных на светло-каштановых и лугово-каштановых почвах. Они значительно отличаются от Львовского участка, расположенного в Бабаюртовском районе на луговых солончаковых почвах, представленного в основном разнотравно-злаково-полынными сообществами.

Наблюдается некоторая зависимость между видовым растительным разнообразием и размахом сухого остатка в профилях почв: чем выше R_s , тем больше видов растений (рис. 3), коэффициент парной корреляции $r = 0,64$.

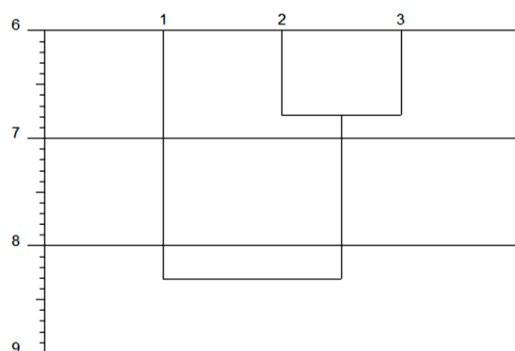


Рис. 2. Дендрограмма сходства видового состава растительности исследуемых районов: 1 – разрез 1; 2 – разрез 6; 3 – разрез 7 / Fig. 2. Dendrogram of plant species composition similarity in the study areas: 1 - soil profile 1; 2 - soil profile 6; 3 - soil profile 7

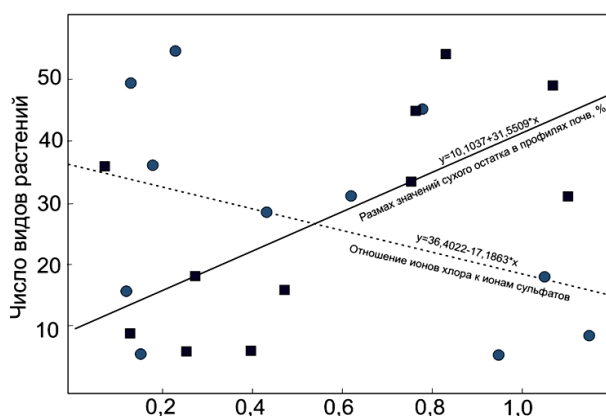


Рис. 3. Зависимость числа видов растений от размаха значений сухого остатка (сплошная линия) и от отношения ионов хлора к сульфат-ионам (прерывистая линия) / Fig. 3. Dependence of plant species quantity on the magnitude of the dry residue (solid line) and on the ratio of chloride ions to sulfate ions (discontinuous line)

Закключение

В условиях использования земель в качестве пастбищ главным лимитирующим фактором являются засоление и пастбищная дигрессия растительного покрова. Почвенный покров и фитоценозы нарушены и деградированы в разной степени, что выражается в уменьшении надземной фитомассы. В составе растительных ассоциаций отмечается рост доли плохо поедаемых ковылей, но дающих большую массу. При этом уменьшилось число видов, ценных в кормовом отношении. Выявлена зависимость числа видов растений от размаха значений сухого остатка и от отношения ионов хлора к сульфат-ионам.

Несмотря на ослабление аридизации, для реабилитации почвенно-растительного покрова Западного Прикаспия остаются актуальными защитные мероприятия: снижение поголовья скота, оптимизация режимов использования, подсев трав с высокими кормовыми качествами, создание кустарниково-пастбищных фитоценозов.

Литература

1. Залибеков З.Г. Процессы опустынивания и их влияние на почвенный покров. М. : ДНЦ РАН, 2000. 219 с.
2. Гасанова З.У., Загидова Р.М. Особенности формирования деградированных пастбищ на фоне климатических изменений в Западном Прикаспии // Живые и биокосные системы. 2017. № 20. URL: <http://www.jbks.ru/archive/issue-20/article-2> (дата обращения: 03.05.2018).
3. Баламирзоев М.А., Гасанова З.У., Мирзоев Э.М.-Р. Изменение морфогенеза почв Терско-Сулакской низменности при антропогенных воздействиях // Вестн. ДНЦ РАН. 2014. № 52. С. 31–35.
4. Солдатов А.С. Характеристика почв Терско-Сулакской низменности в связи с их районированием // Тр. отдела почвоведения Даг. ФАН СССР. 1955. Т. 1. С. 2–82.
5. Яруллина Н.А. Первичная биологическая продуктивность почв дельты Терека. М. : Наука, 1983. 88 с.
6. Шифферс Е.В. Растительность Северного Кавказа и его природные кормовые угодья. М.; Л.: АН СССР, 1953. 399 с.
7. Раменский Л.Г. Избранные работы. Проблемы и методы изучения растительного покрова. Л.: Наука, 1971. 336 с.
8. Черепанов С.К. Сосудистые растения СССР. Л. : Наука, 1981. 509 с.
9. Муртазалиев Р.А. Конспект флоры Дагестана. Т. I–IV. Махачкала : Эпоха, 2009. 248 с.
10. Дадашев А.М. Климатические особенности Махачкалинской зоны Дагестана по данным гидрометеоро-

наблюдений // Мониторинг. Наука и технологии. 2013. № 4 (17). С. 27–34.

References

1. Zalibekov Z.G. *Protsessy opustynivaniya i ikh vliyanie na pochvennyi pokrov* [Desertification processes and their impact on soil cover]. Moscow: DNTs RAN, 2000, 219 p.
2. Gasanova Z.U., Zagidova R.M. Osobennosti formirovaniya degradirovannykh pastbishch na fone klimaticheskikh izmenenii v Zapadnom Prikaspii [Features of formation of degraded pastures on the background of climatic changes in the Western Caspian]. *Zhivye i biokosnye sistemy*. 2017, No. 20. Available at: <http://www.jbks.ru/archive/issue-20/article-2> (accessed 03.05.2018).
3. Balamirzoev M.A., Gasanova Z.U., Mirzoev E.M.-R. Izmenenie morfogeneza pochv Tersko-Sulakskoi nizmennosti pri antropogennykh vozdeistviyakh [Changes in morphogenesis of soils of the Terek-Sulak lowland with anthropogenic effects]. *Vestn. DNTs RAN*. 2014, No. 52, pp. 31-35.
4. Soldatov A.S. Kharakteristika pochv Tersko-Sulakskoi nizmennosti v svyazi s ikh raionirovaniem [Characteristics of soils of the Terek-Sulak lowland in

connection with their regionalization]. *Tr. otdela pochvovedeniya Dag. FAN SSSR*. 1955, vol. 1, pp. 2-82.

5. Yarullina N.A. *Pervichnaya biologicheskaya produktivnost' pochv del'ty Tereka* [Primary biological productivity of Terek delta soils]. Moscow: Nauka, 1983, 88 p.
6. Shiffers E.V. *Rastitel'nost' Severnogo Kavkaza i ego prirodnye kormovye ugod'ya* [Vegetation of the North Caucasus and its natural fodder land]. Moscow; Leningrad: AN SSSR, 1953, 399 p.
7. Ramenskii L.G. *Izbrannye raboty. Problemy i metody izucheniya rastitel'nogo pokrova* [Selected works. Problems and methods of studying vegetation cover]. Leningrad: Nauka, 1971, 336 p.
8. Cherepanov S.K. *Sosudistye rasteniya SSSR* [Vascular plants of the USSR]. Leningrad: Nauka, 1981, 509 p.
9. Murtazaliev R.A. *Konspekt flory Dagestana* [Abstract of the flora of Dagestan]. Vol. I-IV. Makhachkala: Epokha, 2009, 248 p.
10. Dadashev A.M. Klimaticheskie osobennosti Makhachkalinskoi zony Dagestana po dannym gidrometeorologicheskikh naablyudenii [Climatic features of Makhachkala zone of Dagestan according to hydrometeorological observations]. *Monitoring. Nauka i tekhnologii*. 2013, No. 4 (17), pp. 27-34.

УДК 551.594

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-82-87

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТУРБУЛЕНТНОГО ЭЛЕКТРОДНОГО СЛОЯ В УСЛОВИЯХ АЭРОЗОЛЬНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПРИЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЫ

© 2018 г. А.Г. Клово¹, Г.В. Куповых¹, Д.В. Тимошенко¹, С.С. Свидельский¹

¹Южный федеральный университет, Таганрог, Россия

MODELING OF THE STRUCTURE OF THE TURBULENT ELECTRODE LAYER UNDER THE CONDITIONS OF AEROSOL POLLUTION OF THE SURFACE ATMOSPHERE

A.G. Klovo¹, G.V. Kupovykh¹, D.V. Timoshenko¹, S.S. Svidelsky¹

¹Southern Federal University, Taganrog, Russia

Клово Александр Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра высшей математики, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: klovo_ag@mail.ru

Aleksandr G. Klovo - Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovskii Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: klovo_ag@mail.ru

Куповых Геннадий Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: kupovykh@sfedu.ru

Gennady V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovskii Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: kupovykh@sfedu.ru

Тимошенко Дмитрий Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра высшей математики, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: dmitrytim@yandex.ru

Dmitriy V. Timoshenko - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovskii Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: dmitrytim@yandex.ru

Свидельский Сергей Сергеевич – аспирант, Институт компьютерных технологий и информационной безопасности, Южный федеральный университет, пер. Некрасовский, 44, г. Таганрог, Ростовская область, 347928, Россия, e-mail: dr.leavesea@yahoo.com

Sergei S. Svidelsky - Postgraduate, Department of Higher Mathematics, Institute of Computer Technology and Information Security, Southern Federal University, Nekrasovskii Lane, 44, Taganrog, Rostov Region, 347928, Russia, e-mail: dr.leavesea@yahoo.com

Рассмотрена электродинамическая модель горизонтально-однородного приземного слоя с учетом однократно заряженных аэрозольных частиц в атмосфере. Математическая модель включает в себя следующие уравнения: ионизационно-рекомбинационные уравнения переноса под действием электрического поля и турбулентной диффузии полярных легких ионов (аэроионов), включая члены, описывающие их взаимодействие с аэрозольными частицами, уравнения переноса образовавшихся тяжелых ионов, а также стационарное уравнение Пуассона с учетом легких и тяжелых ионов. Условие равновесия для тяжелых ионов предполагается выполненным. Представления для коэффициентов турбулентной диффузии (для легких и тяжелых ионов) совпадают, что соответствует нейтральной

стратификации приземной атмосферы. Анализ уравнений показывает, что характерные пространственные масштабы распределений для легких и тяжелых ионов при концентрациях аэрозольных частиц порядка 10^{10} м^{-3} составляют за счет переноса электрическим полем не более одного метра, а за счет турбулентной диффузии – несколько метров, а время установления стационарного состояния составляет 80 с. Приведены результаты численного моделирования структуры турбулентного электродного слоя. Получены распределения электрических характеристик приземного слоя в зависимости от значений концентрации аэрозольных частиц в атмосфере и степени турбулентного перемешивания. Электрический объемный заряд, создаваемый легкими и тяжелыми ионами, положителен. Максимальное значение плотности объемного заряда достигается вблизи поверхности земли и затем уменьшается с высотой.

Ключевые слова: атмосфера, аэроионы, тяжелые ионы аэрозоль, электрическое поле, объемный заряд, турбулентная диффузия, электродный слой, моделирование, электродинамика.

The electrodynamic model of a horizontally homogeneous surface layer with allowance for singly charged aerosol particles in the atmosphere is considered. The mathematical model includes the following equations: ionization-recombination transport equations due to the electric field and turbulent diffusion of polar light ions (aeroions), including terms describing their interaction with aerosol particles, the equations of transport of the formed heavy ions, and the stationary Poisson equation with allowance for light and heavy ions. The equilibrium conditions for heavy ions are assumed to be satisfied. The representation for the coefficients of turbulent diffusion (for light and heavy ions) coincide, which corresponds to a neutral stratification of the surface atmosphere. Analysis of the equations shows that the characteristic spatial scales of distributions for light and heavy ions at concentrations of aerosol particles of the order of 10^{10} m^{-3} are due to the transfer by an electric field of not more than one meter, and due to turbulent diffusion - several meters, and the time for establishing a stationary state is 80 s. The results of numerical simulation of the structure of the turbulent electrode layer are presented. The distributions of electrical characteristics of the surface layer are obtained depending on the values of the concentration of aerosol particles in the atmosphere and the degree of turbulent mixing. The electric space charge created by light and heavy ions is positive. The maximum value of the density of space charge is reached near the surface of the earth and then decreases with height.

Keywords: atmosphere, aeroions, heavy ions aerosol, electric field, space charge, turbulent diffusion, electrode layer, modeling, electrodynamics.

В работах [1, 2] разработаны и описаны электродинамические модели приземного слоя с учетом многократно заряженных аэрозольных частиц, которые оказывают значительное влияние на формирование структуры электродного слоя у поверхности земли. Аэрозольные частицы размером порядка 0,4 мкм могут быть заряжены многократно (до 5 элементарных зарядов) и, несмотря на свою малую подвижность, оказывают преимущественное влияние на электродинамическую структуру приземной атмосферы по сравнению с легкими ионами (аэроионами). Одновременно показано, что при небольших размерах аэрозольных частиц (менее 0,4 мкм), что характерно для чистых районов, где по рекомендации Всемирной метеорологической организации может проводиться мониторинг атмосферы, в том числе фоновые атмосферно-электрические наблюдения [3], основное влияние на характеристики электродного слоя оказывают однократно заряженные аэрозольные частицы.

Система уравнений, описывающих электродинамическую модель горизонтально-однородного приземного слоя с учетом однократно заряженных аэрозольных частиц в атмосфере, может быть представлена в виде [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_T(z) \cdot \frac{\partial n_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (b_1 E n_1) &= \\ = q - \alpha n_1 n_2 - n_1 \eta_1 N_2 - n_1 \eta_2 N_0, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_T(z) \cdot \frac{\partial n_2}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (b_2 E n_2) &= \\ = q - \alpha n_1 n_2 - n_2 \eta_1 N_1 - n_2 \eta_2 N_0, \\ \frac{\partial E}{\partial z} &= \frac{e}{\epsilon_0} (n_1 - n_2 + N_1 - N_2), \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \cdot \frac{\partial N_1}{\partial z} \right) &= n_1 \eta_2 N_0 - n_2 \eta_1 N_1, \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi(z) \cdot \frac{\partial N_2}{\partial z} \right) &= n_2 \eta_2 N_0 - n_1 \eta_1 N_2, \\ N_0 + N_1 + N_2 &= N = \text{const}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $n_{1,2}$ – объемная концентрация легких ионов; $b_{1,2}$ – их подвижность; E – напряженность электрического поля; q – интенсивность ионообразования; α – коэффициент рекомбинации легких ионов; $N_{1,2}$ – объемные концентрации положительных и отрицательных тяжелых ионов; N_0 – концентрация нейтральных аэрозольных частиц; N – полная концен-

трация аэрозольных частиц; $D_T(z), \chi(z)$ – коэффициенты турбулентной диффузии для легких и тяжелых ионов; $\eta_{1,2}$ – коэффициенты воссоединения легких ионов с аэрозольными частицами; e – элементарный заряд; ε_0 – электрическая постоянная.

Первое и второе уравнения системы (1) – ионизационно-рекомбинационные уравнения для легких ионов; третье – уравнение Пуассона; четвертое и пятое – уравнения переноса положительных и отрицательных тяжелых ионов; шестое – условие равновесия для тяжелых ионов.

Начальные и граничные условия для легких и тяжелых ионов, а также для напряженности электрического поля представим в виде [2]

$$\begin{aligned} n_{1,2}(t=0) &= \frac{-BN + \sqrt{(BN)^2 + 4\alpha q}}{2\alpha} \cdot \left(1 - e^{-\frac{(z-z_0)}{L_0}}\right), \\ n_{1,2}(z=z_0) &= 0, \quad n_{1,2}(z=l) = \\ &= \frac{-BN + \sqrt{(BN)^2 + 4\alpha q}}{2\alpha} = n_\infty, \\ N_{1,2}(t=0) &= \frac{\eta_2 N}{\eta_1 + 2\eta_2}, \quad \left(\frac{\partial N_{1,2}}{\partial z}\right)_{z=z_0} = 0, \quad N_{1,2}(z=l) = \\ &= \frac{\eta_2 N}{\eta_1 + 2\eta_2} = N_\infty, \\ A(t=0) &= E_0, \quad E(z=l) = E_\infty, \end{aligned} \quad (2)$$

где $B = \frac{2\eta_1\eta_2}{\eta_1 + 2\eta_2}$ – параметр, зависящий от коэф-

фициентов взаимодействия легких ионов, нейтральных и заряженных аэрозольных частиц; $L_0 \sim 1$ м – характерный масштаб электродного слоя; z_0 – параметр шероховатости земной поверхности; l – верхняя граница электродного слоя (высота, на которой выполняются следующие условия:

$$\frac{\partial n_{1,2}}{\partial z} \xrightarrow{z \rightarrow l} 0, \quad \frac{\partial N_{1,2}}{\partial z} \xrightarrow{z \rightarrow l} 0, \quad \frac{\partial E}{\partial z} \xrightarrow{z \rightarrow l} 0, \quad \text{а также}$$

$n_1(z=l) = n_2(z=l)$; E_0 – начальное значение напряженности электрического поля; E_∞ – значение на верхней границе электродного слоя.

Будем полагать, что коэффициенты турбулентной диффузии для легких и тяжелых ионов совпадают и могут быть представлены в виде $D_T(z) = \chi(z) = D_1 \cdot z$, который соответствует нейтральной стратификации приземной атмосферы [4].

Для приведения системы (1) к безразмерному виду введем обозначения:

$$N'_{1,2} = \frac{N_{1,2}}{N_\infty}, \quad n'_{1,2} = \frac{n_{1,2}}{n_\infty}, \quad E' = \frac{E}{E_\infty}, \quad t' = \frac{t}{T}, \quad z' = \frac{z}{l_1},$$

$$l_1 = D_1 \tau_N, \quad \tau_N = \frac{1}{\sqrt{(BN)^2 + 4\alpha q}}, \quad (3)$$

$$n_\infty = n_{1,2}(z=l) = \frac{-BN + \sqrt{(BN)^2 + 4\alpha q}}{2\alpha},$$

где l_1 – характерная толщина турбулентного электродного слоя с учетом наличия аэрозольных частиц концентрацией N ; τ_N – характерное время образования тяжелых ионов; T – характерное время изменения метеорологических характеристик атмосферы.

Подставляя (3) в систему (1), после преобразований, получим четвертое и пятое уравнения в виде

$$\begin{aligned} \tau_N \cdot \left(\frac{\partial N'_1}{\partial t} - D_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial N'_1}{\partial z} \right) \right) &= n_\infty \tau_N \cdot (\eta_2 n'_1 N'_0 - \eta_1 n'_2 N'_1), \\ \tau_N \cdot \left(\frac{\partial N'_2}{\partial t} - D_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial N'_2}{\partial z} \right) \right) &= \\ &= n_\infty \tau_N \cdot (\eta_2 n'_2 N'_0 - \eta_1 n'_1 N'_2) \end{aligned} \quad (4)$$

Первое и второе уравнения системы (1) приобретают вид

$$\begin{aligned} \tau_N \left(\frac{\partial n'_1}{\partial t} - D_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial n'_1}{\partial z} \right) + b_1 E_\infty \frac{\partial}{\partial z} (E' n'_1) \right) &= \\ &= \frac{\tau_N q}{n_\infty} \cdot (1 + n'_1 n'_2) - n'_1 n'_2 - \\ &- \tau_N \cdot (n'_1 \eta_1 N'_2 N_\infty + n'_1 \eta_2 N'_0 N_\infty). \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tau_N \left(\frac{\partial n'_2}{\partial t} - D_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial n'_2}{\partial z} \right) - b_2 E_\infty \frac{\partial}{\partial z} (E' n'_2) \right) &= \\ &= \frac{\tau_N q}{n_\infty} (1 + n'_1 n'_2) - n'_1 n'_2 - \\ &- \tau_N \cdot (n'_2 \eta_1 N'_1 N_\infty + n'_2 \eta_2 N'_0 N_\infty) \end{aligned}$$

В полученных уравнениях можно выделить ряд параметров, определяющих характерные пространственные масштабы распределений для легких ($n_{1,2}$) и тяжелых ($N_{1,2}$) ионов, соответствующие процессам переноса за счет электрического поля и турбулентной диффузии:

$$L_{nE1} = b_1 E_\infty \tau_N, \quad L_{nE2} = b_2 E_\infty \tau_N, \quad L_D = D_1 \tau_N. \quad (6)$$

Для значений $b_1 \approx b_2 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{В}^{-1}$, $E_\infty \approx 50\text{--}100 \text{ В/м}$ и $\tau_N \approx 80 \text{ с}$ (для $N=10^{10} \text{ м}^{-3}$) имеем следующую оценку параметров: $L_{nE1,2} \approx 0,5\text{--}1 \text{ м}$, а $L_D \approx 0,8\text{--}8 \text{ м}$ при $D_1 = 0,01\text{--}0,1 \text{ м}^2/\text{с}$.

Далее, полагая коэффициенты воссоединения легких ионов с аэрозольными частицами одинако-

выми ($\eta_1 \approx \eta_2 = \eta$), получим безразмерный вариант системы (1):

$$\begin{aligned} \frac{\tau_N}{T} \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(z' \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial z'} \right) \pm \frac{b_{1,2} E_\infty}{D_1} \frac{\partial E' n'_{1,2}}{\partial z'} = \\ = \frac{\tau_N Q}{n_\infty} (1 + n'_1 n'_2) - n'_1 n'_2 - N_\infty \tau_N \eta (n'_{1,2} N'_{2,1} + n'_{1,2} N'_0), \\ \frac{\partial E'}{\partial z'} = \frac{e}{\varepsilon_0} \cdot \frac{l_1}{E_\infty} n_\infty (n'_1 - n'_2) + \frac{e}{\varepsilon_0} \cdot \frac{l_1}{E_\infty} N_\infty (N'_1 - N'_2), \\ \frac{\tau_N}{T} \frac{\partial N'_{1,2}}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(z' \frac{\partial N'_{1,2}}{\partial z'} \right) = n_\infty \tau_N \eta (n'_{1,2} N'_0 - n'_{2,1} N'_{1,2}), \\ \frac{N_0}{N_\infty} + N'_1 + N'_2 = \frac{N}{N_\infty} = \text{const.} \end{aligned} \quad (7)$$

В системе (7) можно ввести следующие безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \xi_{1,2} = \frac{|b_{1,2}| E_\infty \tau_N}{l_1} = \frac{|b_{1,2}| E_\infty}{D_1}, \quad \gamma_1 = \frac{4\pi e n_\infty l_1}{E_\infty} = \frac{4\pi e n_\infty D_1 \tau_N}{E_\infty}, \\ \gamma_2 = \frac{4\pi e N_\infty l_1}{E_\infty} = \frac{4\pi e N_\infty D_1 \tau_N}{E_\infty}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\kappa_1 = n_\infty \tau_N \eta, \quad \kappa_2 = N_\infty \tau_N \eta.$$

Тогда, с учетом обозначений (8), окончательно получаем запись системы уравнений (1) в безразмерной форме:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_N}{T} \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(z' \frac{\partial n'_{1,2}}{\partial z'} \right) \pm \xi_{1,2} \frac{\partial E' n'_{1,2}}{\partial z'} = \\ = \frac{\tau_N Q}{n_\infty} (1 + n'_1 n'_2) - n'_1 n'_2 - \kappa_2 (n'_{1,2} N'_{2,1} + n'_{1,2} N'_0), \\ \frac{\partial E'}{\partial z'} = \gamma_1 (n'_1 - n'_2) + \gamma_2 (N'_1 - N'_2), \\ \frac{\tau_N}{T} \frac{\partial N'_{1,2}}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(z' \frac{\partial N'_{1,2}}{\partial z'} \right) = \kappa_1 (n'_{1,2} N'_0 - n'_{2,1} N'_{1,2}), \end{aligned}$$

$$\frac{N_0}{N_\infty} + N'_1 + N'_2 = \frac{N}{N_\infty} = \text{const.} \quad (9)$$

Безразмерные параметры (8) имеют вполне определенный физический смысл и являются критериями параметрами для электродинамических процессов по аналогии с критериями подобия в гидромеханике [5]. Параметры $\xi_{1,2}$ определяют степень турбулентного перемешивания, параметры $\gamma_{1,2}$ позволяют оценить влияние плотности объемного электрического заряда, создаваемого соответственно легкими и тяжелыми ионами, параметры $K_{1,2}$ определяют соотношение числа легких и тяжелых ионов, т.е. степень загрязненности атмосферы. Более подробно они описаны в теории электродного эффекта в атмосфере [3, 6].

Далее перейдем к численному решению системы дифференциальных уравнений (1) с начальными и граничными условиями (2). Для численного моделирования была построена дискретная модель, основанная на схеме с весами [7], позволяющая выбрать наиболее оптимальный вариант для конкретных физических условий. Проведены аналитические исследования погрешности аппроксимации, устойчивости и консервативности дискретной модели, основанной на таких схемах. Доказаны консервативность и устойчивость дискретной модели, а также эффективность алгоритмов численного решения, гарантирующие выполнение законов сохранения на дискретном уровне и устойчивость относительно начальных и граничных данных. Создан комплекс компьютерных программ для моделирования электродинамики приземного слоя, позволяющий моделировать электродинамическое состояние приземной атмосферы в условиях аэрозольного загрязнения [8–10].

Значения параметров, входящих в уравнения модели (1), (2), приведены в таблице.

Параметры модели / Model parameters

Параметры численного моделирования						
$\eta_1, \text{м}^3 \text{с}^{-1}$	$\eta_2, \text{м}^3 \text{с}^{-1}$	$\alpha, \text{м}^3 \text{с}^{-1}$	$b_1, \text{м}^2 \text{В}^{-1} \text{с}^{-1}$	$b_2, \text{м}^2 \text{В}^{-1} \text{с}^{-1}$	$e, \text{Кл}$	$\varepsilon_0, \text{Ф м}^{-1}$
$1,4 \cdot 10^{-12}$	$4 \cdot 10^{-12}$	$1,6 \cdot 10^{-12}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	$8,85 \cdot 10^{-12}$

Ниже представлены результаты численного моделирования электродинамических характеристик приземного слоя: пространственные распре-

деления концентраций легких ионов $n_{1,2}$ (рис. 1), напряженности E электрического поля (рис. 2) и концентраций тяжелых ионов $N_{1,2}$ (рис. 3).

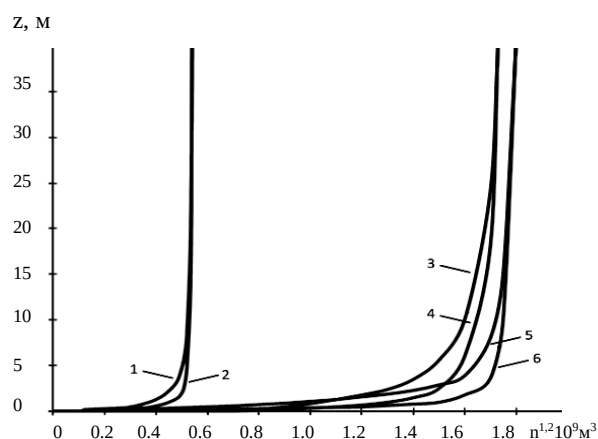


Рис. 1. Профили концентраций n_1 и n_2 легких ионов при значениях $D_1 = 0,1$ м/с, $N = 1 \cdot 10^{10}$ м $^{-3}$, $\tau_N \approx 70$ с (кривые 2 и 1 соответственно); при $D_1 = 0,1$ м/с, $N = 1 \cdot 10^9$ м $^{-3}$, $\tau_N \approx 120$ с (кривые 4 и 3); при $D_1 = 0,01$ м/с, $N = 1 \cdot 10^9$ м $^{-3}$, $\tau_N \approx 120$ с (кривые 6 и 5) / Fig. 1. Profiles of light ion concentrations n_1 and n_2 at $D_1 = 0.1$ m/s, $N = 1 \cdot 10^{10}$ m $^{-3}$, $\tau_N \approx 70$ s (curves 2 and 1, respectively); at $D_1 = 0.1$ m/s, $N = 1 \cdot 10^9$ m $^{-3}$, $\tau_N \approx 120$ s (curves 4 and 3); at $D_1 = 0.01$ m/s, $N = 1 \cdot 10^9$ m $^{-3}$, $\tau_N \approx 120$ s (curves 6 and 5)

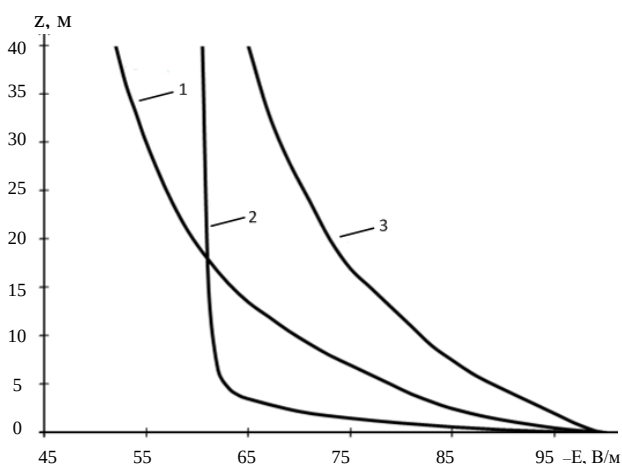


Рис. 2. Профили напряженности электрического поля при $E_0 = -100$ В/м, $N = 1 \cdot 10^9$ м $^{-3}$, $D_1 = 0,1$ м/с (кривая 1) и $D_1 = 0,01$ м/с (кривая 2); при $D_1 = 0,1$ м/с, $N = 1 \cdot 10^{10}$ м $^{-3}$ (кривая 3) / Fig. 2. Profiles of the electric field strength at $E_0 = -100$ V/m, $N = 1 \cdot 10^9$ m $^{-3}$, $D_1 = 0.1$ m/s (curve 1) and $D_1 = 0.01$ m/s (curve 2); at $D_1 = 0.1$ m/s, $N = 1 \cdot 10^{10}$ m $^{-3}$ (curve 3)

Анализ результатов численного моделирования позволяет сделать следующие выводы:

1. Наличие аэрозольных частиц в атмосфере концентрацией менее $N = 5 \cdot 10^9$ м $^{-3}$ не оказывает влияния на значения концентраций легких ионов. С увеличением концентрации до $N = 1 \cdot 10^{10}$ м $^{-3}$ происходит уменьшение числа легких ионов, а объемный заряд, обусловленный легкими ионами, уменьшается.

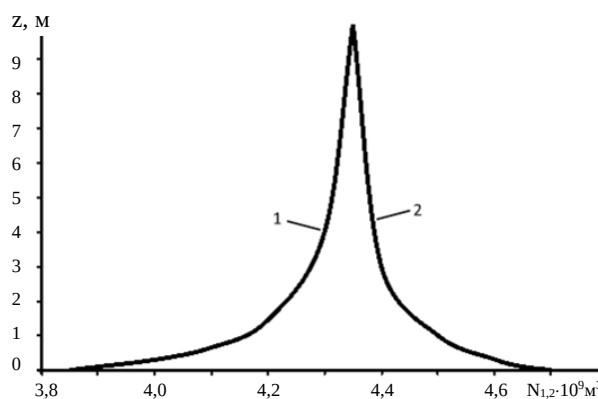


Рис. 3. Профили концентраций тяжелых ионов N_1 и N_2 при $D_1 = 0,01$ м/с, $N = 1 \cdot 10^9$ м $^{-3}$ (кривые 2 и 1 соответственно) / Fig. 3. Heavy ion concentration profiles N_1 and N_2 at $D_1 = 0.01$ m/s, $N = 1 \cdot 10^9$ m $^{-3}$ (curves 2 and 1, respectively)

2. Увеличение концентраций аэрозольных частиц в атмосфере приводит к уменьшению значений электродного эффекта ($E_0/E(z)$) на 15–20 % по всей высоте электродного слоя и в несколько раз значений плотности объемного заряда, в 1,5–2 раза – толщины электродного слоя по сравнению с чистой атмосферой. Одновременно происходит уменьшение на 50–70 % времени установления стационарного режима в заполненном аэрозолем электродном слое, которое продолжает уменьшаться с увеличением концентрации аэрозольных частиц.

3. При сильно развитой турбулентной диффузии профили легких ионов монотонно возрастают и достигают асимптотических значений на высоте около 50 м, а в случае слабого турбулентного перемешивания – на высоте около 10 м, т.е. высота электродного слоя уменьшается при ослаблении действия турбулентной диффузии.

4. Электрический объемный заряд, создаваемый легкими и тяжелыми ионами, положителен. Максимальное значение плотности объемного заряда достигается вблизи поверхности земли и затем уменьшается с высотой.

Литература

1. Морозов В.Н. Математическое моделирование атмосферно-электрических процессов с учетом влияния аэрозольных частиц и радиоактивных веществ. СПб.: Изд-во РГГМУ, 2011. 253 с.
2. Редин А.А., Кузовых Г.В., Клово А.Г., Болдырев А.С. Математическое моделирование электродинамических процессов в приземном слое в условиях аэрозольного загрязнения атмосферы // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2011. № 8 (121). С. 111–121.

3. Куповых Г.В. Электродинамические процессы в приземном слое атмосферы. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. 114 с.

4. Орленко Л.Р. Строение планетарного пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1979. 270 с.

5. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Л.: Наука, 1965. 639 с.

6. Куповых Г.В., Морозов В.Н., Шварц Я.М. Теория электродного эффекта в атмосфере. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. 123 с.

7. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 248 с.

8. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2013617968. Программа моделирования электрических процессов в приземном слое атмосферы / Г.В. Куповых, А.А. Редин, А.Г. Клово, С.Б. Мальков. Заявка № 2013615611. Дата поступления 04.07.2013. Дата гос. регистрации в реестре программ для ЭВМ от 28.08.2013.

9. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2015663688. Программа для моделирования влияния сильного аэрозольного загрязнения на электрическую структуру приземного слоя атмосферы с учетом тока тяжелых ионов / А.А. Редин, Г.В. Куповых, А.Г. Клово. Заявка № 2015660461. Дата поступления 03.11.2015. Дата гос. регистрации в реестре программ для ЭВМ от 28.12.2015.

10. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2015661964. Программа моделирования процесса установления стационарного состояния электрической структуры приземного слоя атмосферы в случае симметричного заряжения аэрозольных частиц / А.А. Редин, Г.В. Куповых, А.Г. Клово, К.Э. Каибханов. Заявка № 2016611620. Дата поступления 09.12.2015. Дата гос. регистрации в реестре программ для ЭВМ от 08.02.2016.

References

1. Morozov V.N. *Matematicheskoe modelirovanie atmosferno-elektricheskikh protsessov s uchetom vliyaniya aerazol'nykh chastits i radioaktivnykh veshchestv* [Mathematical modeling of atmospheric electrical processes taking into account the effect of aerosol particles and radioactive substances]. Saint Petersburg: Izd-vo RGGMU, 2011, 253 p.

2. Redin A.A., Kupovykh G.V., Klovo A.G., Boldyrev A.S. *Matematicheskoe modelirovanie elektrodinamicheskikh protsessov v prizemnom sloe v usloviyakh aerazol'nogo zagryazneniya atmosfery* [Mathematical modeling of electrodynamic processes in the surface

layer under the conditions of aerosol pollution of the atmosphere]. *Izv. YuFU. Tekhn. nauki*. 2011, No. 8 (121), pp. 111-121.

3. Kupovykh G.V. *Elektrodinamicheskie protsessy v prizemnom sloe atmosfery* [Electrodynamic processes in the surface layer of the atmosphere]. Taganrog: Izd-vo TTI YuFU, 2009, 114 p.

4. Orlenko L.R. *Stroenie planetarnogo pogranichnogo sloya atmosfery* [The structure of the planetary boundary layer of the atmosphere]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1979, 270 p.

5. Monin A.S., Yaglom A.M. *Statisticheskaya gidromekhanika* [Statistical hydromechanics]. Leningrad: Nauka, 1965, 639 p.

6. Kupovykh G.V., Morozov V.N., Shvarts Ya.M. *Teoriya elektrodnoogo effekta v atmosfere* [Theory of the electrode effect in the atmosphere]. Taganrog: Izd-vo TRTU, 1998, 123 p.

7. Samarskii A.A., Vabishchevich P.N. *Chislennyye metody resheniya zadach konveksii-diffuzii* [Numerical methods for solving convection-diffusion problems]. Moscow: LIBROKOM, 2009, 248 p.

8. Certificate of state registration of computer programs No. 2013617968. *Programma modelirovaniya elektricheskikh protsessov v prizemnom sloe atmosfery* [Program of simulation of electric processes in the atmospheric surface layer] / Kupovykh G.V., Redin A.A., Klovo A.G., Mal'kov S.B. Application No. 2013615611. Date of receipt 04.07.2013. Date of state registration in the register of computer programs from 28.08.2013.

9. Certificate of state registration of computer programs No. 2015663688. *Programma dlya modelirovaniya vliyaniya sil'nogo aerazol'nogo zagryazneniya na elektricheskuyu strukturu prizemnogo sloya atmosfery s uchetom toka tyazhelykh ionov* [Program for simulating the impact of severe aerosol pollution in the electric structure of the surface layer of the atmosphere given the current heavy ions] / Redin A.A., Kupovykh G.V., Klovo A.G. Application number 2015660461. Date of admission 03.11.2015. Date of state registration in the register of computer programs from 28.12.2015.

10. Certificate of state registration of computer programs No. 2015661964. *Programma modelirovaniya protsessu ustanovleniya statsionarnogo sostoyaniya elektricheskoi struktury prizemnogo sloya atmosfery v sluchae simmetrichnogo zaryazheniya aerazol'nykh chastits* [The program of modeling the process of establishing the steady state of the electrical structure of the surface layer of the atmosphere in the case of symmetrical charging of aerosol particles] / Redin A.A., Kupovykh G.V., Klovo A.G., Kaibkhanov K.E. Application No. 2016611620. Date of admission 09.12.2015. Date of state registration in the register of computer programs from 08.02.2016.

УДК 551.464.7:574.583(262.54)

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-88-97

ФОТОСИНТЕТИЧЕСКИЕ ПИГМЕНТЫ В ФИТОПЛАНКТОНЕ АЗОВСКОГО МОРЯ

© 2018 г. Ю.В. Косенко¹, Т.Е. Баскакова¹, Т.О. Барабашин^{1,2}, Л.М. Сафронова¹

¹Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, Ростов-на-Дону, Россия,

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

THE PHOTOSYNTHETIC PIGMENTS IN THE PHYTOPLANKTON OF THE AZOV SEA

J.V. Kosenko¹, T.E. Baskakova¹, T.O. Barabashin^{1,2}, L.M. Safronova¹

¹Azov Research Institute of Fisheries, Rostov-on-Don, Russia,

²Southern Federal University, Taganrog, Russia

Косенко Юлия Владимировна – кандидат биологических наук, заведующая лабораторией гидрохимии, Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, ул. Береговая, 21в, г. Ростов-на-Дону, 344002, Россия, e-mail: kosenko-i@yandex.ru

Julia V. Kosenko - Candidate of Biological Sciences, Head of Laboratory of Hydrochemistry, Azov Research Institute of Fisheries, Beregovaya St., 21V, Rostov-on-Don, 344002, Russia, e-mail: kosenko-i@yandex.ru

Баскакова Татьяна Евгеньевна – старший научный сотрудник, лаборатория гидрохимии, Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, ул. Береговая, 21в, г. Ростов-на-Дону, 344002, Россия, e-mail: bask-45@mail.ru

Tatyana E. Baskakova - Senior Researcher, Laboratory of Hydrochemistry, Azov Research Institute of Fisheries, Beregovaya St., 21V, Rostov-on-Don, 344002, Russia, e-mail: bask-45@mail.ru

Барабашин Тимофей Олегович – кандидат биологических наук, руководитель управления океанографии и природоохранных исследований, Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, ул. Береговая, 21в, г. Ростов-на-Дону, 344002, Россия; доцент, Южный федеральный университет, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: barabashin_t_o@azniirrh.ru

Timofey O. Barabashin - Candidate of Biological Sciences, Head of the Department of Oceanography and Environmental Researches, Azov Research Institute of Fisheries, Beregovaya St., 21V, Rostov-on-Don, 344002, Russia; Associate Professor, Southern Federal University, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: barabashin_t_o@azniirrh.ru

Сафронова Людмила Михайловна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория гидрохимии, Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, ул. Береговая, 21в, г. Ростов-на-Дону, 344002, Россия, e-mail: safronova_l_m@azniirrh.ru

Lyudmila M. Safronova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Hydrochemistry, Azov Research Institute of Fisheries, Beregovaya St., 21V, Rostov-on-Don, 344002, Russia. e-mail: safronova_l_m@azniirrh.ru

На примере Азовского моря приведены данные о составе фотосинтетических пигментов в зависимости от систематической принадлежности водорослей, а также проанализированы взаимосвязи между спектрами поглощения фитопигментов и концентрацией биогенных веществ в воде. Исследования были выполнены в летнее время года (июль–август) в период 2010–2017 гг. по стандартной сетке станции, охватывающей всю акваторию собственно моря и Таганрогского залива. Показано, что кислородный максимум как в собственно море, так и в Таганрогском заливе совпадал с максимумом светопоглощения хлорофилла в синей области спектра в вечерние и сумеречные часы. В собственно море и Таганрогском заливе формирование кислородного максимума соответствует повышению доли хлорофилла «а» в сестоне. В собственно море диатомовые содержат больше хлорофилла «а», чем динофитовые, для которых характерно увеличение доли хлорофилла «b». Содержание хлорофилла «с» достоверно не различалось у диатомовых и динофитовых групп водорослей. Значимое преобладание в Таганрогском заливе хлорофилла «а» связано с доминированием сине-зеленых водорослей. В летний период года незначительная феофитинизация хлорофилла в собственно море и Таганрогском заливе является показателем высоких продукционных возможностей фитопланктона. При высоком содержании в воде биогенных веществ отмечено благоприятное физиологическое состояние фитопланктона (индекс Маргалефа <3), а при их истощении – старение клеток фитопланктона (индекс Маргалефа >3) и накопление в воде первичного органического вещества.

Ключевые слова: Азовское море, хлорофиллы «а», «b», «с», каротиноиды, феофитин, индекс Маргалефа, фитопланктон, кислород, биогенные вещества.

The data on the composition of photosynthetic pigments according to the systematic affiliation of algae are presented using the example of the Azov Sea, with the relationships analyzed between the phytopigment absorption spectra and the concentration of nutrients in water. The study was performed in summer (July-August) in 2010-2017 by the standard grid of stations covering the entire area of the sea proper and the Taganrog Bay. The oxygen maximum concentration both in the sea and the Taganrog Bay was shown to coincide with the maximum light absorption of chlorophyll in the blue region of the spectrum in the evening and twilight hours. In the sea proper and the Taganrog Bay, the formation of the oxygen maximum concentration corresponded to an increase in the chlorophyll "a" concentration in seston. In the sea proper the diatoms contained more chlorophyll "a" compared to the dinophyceae, the increase in the chlorophyll "b" concentration is typical of the latter. The content of chlorophyll "c" did not significantly differ between the diatoms and the dinophlagellates. Great amounts of the chlorophyll "a" in the Taganrog Bay can be explained by the blue-green algae domination. In the summer, a slight pheophytinization of the chlorophyll in the sea and the Taganrog Bay was an indicator of high production capacity of phytoplankton. With high content of nutrients in the water, a favorable physiological state of phytoplankton (Margalef index was <3) was noted, and with their depletion the aging of phytoplankton cells was observed (Margalef index was >3), moreover, the primary organic matter accumulated in water.

Keywords: Azov Sea, chlorophyll "a", "b", "c", carotenoids, pheophytin, index of Margalef, phytoplankton, oxygen, nutrients.

Актуальность

Световой режим является одним из наиболее важных природных факторов, влияющих на процессы фотосинтеза. Скорость поглощения солнечной радиации и степень проникновения света в воде зависят от многих факторов: высоты солнца, меняющейся с географической широтой, сезона года и времени суток, количества растворенных органических веществ, цветности воды, облачности и состояния поверхности водоема.

Фитопланктон составляет основу трофической цепи водной экосистемы. Определение фотосинтетических пигментов в фитопланктоне является важной частью гидрохимических и гидробиологических исследований, отражающих его продукционные возможности. По данным литературы, известно, что хлорофилл «а» и каротиноиды являются обязательной составляющей фотосинтетического комплекса, при этом только хлорофилл «а» служит непосредственным донором энергии для фотосинтетических реакций, тогда как остальные пигменты участвуют в процессах поглощения и миграции энергии [1].

Применение косвенных методов оценки развития фитопланктона, в частности спектрофотометрическое определение пигментов фотосинтеза, получило широкое распространение еще с середины прошлого столетия [2]. В настоящее время данная методика не теряет своей актуальности, поскольку анализ поглощения спектра солнечного света позволяет выявить такие пигментные характеристики фитопланктона, как хлорофиллы «а», «b», «с», феопигменты, каротиноиды, а также пигментные индексы [3, 4].

Для Азовского моря исследование пигментных характеристик фитопланктона представляет особый интерес в связи с его уникальными особенностями – высокой трофностью, мелководностью, прогреваемостью водной толщи в летний период года, от-

носительно большим притоком пресных вод и отдаленной связью с Мировым океаном. По физико-географическим и гидрологическим признакам его разделяют на два района – собственно море, считающееся, по мнению некоторых исследователей, придаточным водоемом Черного моря, и Таганрогский залив, являющийся эстуарием реки Дон [5, 6]. Такое физико-географическое различие в значительной степени определяет особенности развития таксономических групп фитопланктона в собственно море и Таганрогском заливе.

В настоящее время в Азовском море недостаточно изучены состав фотосинтетических пигментов в зависимости от систематической принадлежности доминирующих групп водорослей, а также взаимосвязи между спектрами поглощений фотосинтетических пигментов и концентрацией биогенных веществ в воде, что и явилось целью нашей работы.

Материал и методика

Проведенные исследования по содержанию пигментов фотосинтеза в фитопланктоне основывались на анализе многолетних материалов, полученных в Азовском море в летний период 2010–2017 г. на 32 стандартных станциях, охватывающих всю акваторию собственно моря и Таганрогского залива (рис. 1). Для детального исследования в качестве примера использованы данные 2017 г.

Отбор проб воды осуществляли батометром Молчанова с поверхностного горизонта (0–5 м) согласно ГОСТ 17.1.5.05-85 и ГОСТ 31861-2012. Определение фотосинтетических пигментов проводили спектрометрическим методом по ГОСТ 17.1.04.02-90. Метод основан на спектрофотометрировании ацетоновых экстрактов пигментов до и после подкисления раствором соляной кислоты. Пробы фильтровали под вакуумом с использова-

нием стекловолоконных фильтров с диаметром пор 0,7 мкм.



Рис. 1. Расположение станций мониторинга на акватории Азовского моря / Fig. 1. Location of monitoring stations in the water area of the Azov Sea

Концентрацию хлорофиллов «а», «b», «с» определяли согласно уравнению Джеффри и Хамри [7]. Содержание феофетина рассчитывали по уравнениям Лоренцена [8]. Концентрацию каротиноидов оценивали по формуле Парсонса и Стрикленда для диатомовых, динофитовых, золотистых и разнотелковых водорослей [9] с введением поправки 2,5 при доминировании зеленых или сине-зеленых водорослей.

Пигментный индекс Маргалефа (E430/E664) рассчитывали исходя из оптических плотностей ацетонного экстракта пигмента в областях длинно- и коротковолнового максимумов поглощения света хлорофиллом «а» ($\lambda - 664$ нм) и коротковолновых максимумов для каротиноидов ($\lambda - 430$ нм). Для работы использовали спектрофотометр ЮНИКО 1201.

Пробы фитопланктона фиксировали 40%-м формальдегидом до 2%-й концентрации. Для сгущения

проб использовали осадочный метод. Камеральную обработку проб проводили под световым микроскопом «Микмед-1». Для подсчета численности клеток использовали специальные счетные стекла Гензена или камеру типа Нажотта объемом 0,1 мл. Биомассу водорослей определяли объемно-весовым методом. Расчет биомассы фитопланктона (мг/м³) проводили по специальной программе «Фитопланктон», разработанной специалистами АЗНИИРХа.

Результаты работы

Фотосинтетическая реакция специфична по своим требованиям к качеству света, хлорофилл поглощает красные и синие части спектра. Наличие в спектре поглощения хлорофилла двух главных пиков говорит о том, что существует два наиболее вероятных для данной молекулы синглетных уровня: более высокий при поглощении синего света и более низкий – при поглощении красного. Каждый поглощенный молекулой хлорофилла квант красного света переводит электрон из основного состояния в возбужденное, причем вся энергия кванта поглощается в этом процессе электроном. Поглощение кванта синего света переводит электрон в еще более возбужденное состояние, однако, попав на более высокий энергетический уровень, электрон падает обратно на красную орбиту, причем слишком быстро, чтобы совершить при этом какую-либо полезную химическую работу [10].

В нашем исследовании установлено значимо более высокое поглощение спектра хлорофилла в синей области спектра относительно красной (табл. 1).

Таблица 1

Характеристика светопоглощения хлорофиллом в Азовском море в летний период 2010–2017 гг. /
Characteristics of light absorption by chlorophyll in the Azov Sea in the summer of 2010–2017

Год	Длина волны, нм								
	410	430	480	ΣСиняя	630	647	664	ΣКрасная	ΣС/К
Собственно море									
2010	0,21	0,27	0,19	0,68	0,03	0,03	0,10	0,17	4,1
2011	0,18	0,27	0,21	0,66	0,03	0,03	0,11	0,18	3,6
2012	0,20	0,26	0,16	0,62	0,03	0,04	0,09	0,16	3,9
2014	0,16	0,21	0,12	0,50	0,02	0,03	0,08	0,14	3,6
2015	0,26	0,32	0,19	0,76	0,03	0,04	0,13	0,20	3,8
2017	0,23	0,22	0,11	0,56	0,03	0,04	0,08	0,15	3,7
Среднее	0,21	0,26	0,16	0,63	0,03	0,04	0,10	0,17	3,8
Таганрогский залив									
2010	0,26	0,35	0,26	0,87	0,04	0,05	0,17	0,26	3,3
2011	0,28	0,34	0,29	0,91	0,05	0,06	0,20	0,31	2,9
2012	0,34	0,44	0,27	1,05	0,05	0,06	0,21	0,32	3,2
2014	0,18	0,23	0,15	0,56	0,03	0,03	0,10	0,16	3,4
2015	0,26	0,34	0,22	0,83	0,04	0,05	0,16	0,25	3,3
2017	0,32	0,46	0,28	1,06	0,06	0,07	0,23	0,35	3,0
Среднее	0,27	0,36	0,25	0,88	0,04	0,05	0,18	0,28	3,2

Это согласуется с литературными данными о том, что поглощение света в воде обратно пропорционально длине световых волн. Поэтому красный свет очень быстро затухает под водой, а синий (голубой), наоборот, хорошо проникает на глубину. По этой причине считается, что для фотосинтеза водных растений важную роль играет синяя область спектра света [11, 12].

По многолетним оценкам показано, что в Таганрогском заливе светопоглощение хлорофиллом в синей и красной областях солнечного света выше в среднем на 39,7 ($p < 0,05$) и 64,7 % ($p < 0,01$) соответственно, чем в собственно море. Это связано с высоким содержанием хлорофилла и большей биомассой фитопланктона в заливе. При этом соотношение суммы синих и красных длин волн ($\Sigma C/K$) в

собственно море и Таганрогском заливе достоверно не отличалось (табл. 1).

Хлорофилл имеет модификации «а», «b», «с», которые отличаются структурным строением и спектром поглощения световых волн. Удельное поглощение, выраженное $\Sigma C/K$, для каждого типа хлорофиллов неодинаково. На примере Азовского моря показано, что хлорофиллы типа «с» и «b» используют преимущественно синюю область спектра, а хлорофилл «а» – красную (рис. 2). Известно, что дополнительные пигменты («b» и «с») не участвуют в фотосинтетических реакциях, но им принадлежит роль дополнительных светосборщиков, передающих поглощенную световую энергию хлорофиллу «а», благодаря чему наиболее более полно используется видимый спектр [13].

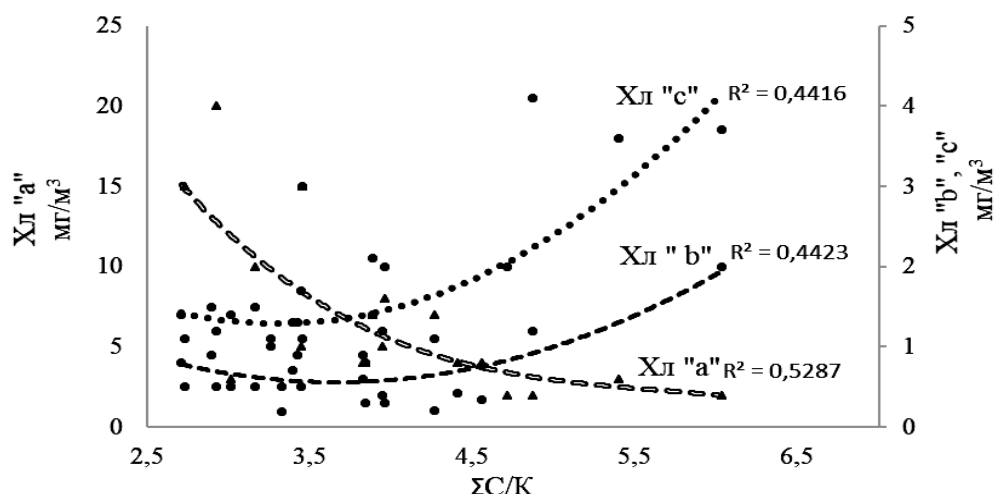


Рис. 2. Светопоглощение разными типами хлорофилла в Азовском море на примере летнего периода 2017 г. /
Fig. 2. Light absorption by different types of chlorophyll in the Azov Sea, exemplified by the summer period in 2017

Интенсивность процесса фотосинтеза в различных участках спектра, оцениваемая по выделению кислорода, получила название спектра действия. Спектр поглощения (удельное поглощение) отображает относительное поглощение света с различной длиной волны тем или иным пигментом, который можно характеризовать удельным поглощением света, нормированным по хлорофиллу «а». На рис. 3 показан суточный ход спектра действия (по кислороду) и спектра поглощения, которые совпадают и подтверждают основной вывод К.А. Тимирязева о том, что спектр действия солнечного света при фотосинтезе соответствует спектру поглощения хлорофиллом [14]. В нашем исследовании показано, что максимум фотосинтеза как в собственно море, так и в Таганрогском заливе совпадает с максимумом светопоглощения хлорофиллом в синей области спектра в вечерние и сумеречные часы (17:00–19:00 – собственно море и 19:00–21:00 – Таганрогский залив).

При анализе суточного хода хлорофиллов (рис. 4) установлено, что в вечерние часы в период максимума образования кислорода и в собственно море, и в Таганрогском заливе закономерно увеличивается содержание в сестоне хлорофилла «а». В Таганрогском заливе в вечерние часы отмечен также максимум содержания вспомогательного хлорофилла «с». При этом в собственно море в вечерние часы отмечается увеличение другого вспомогательного пигмента фотосинтеза – хлорофилла «b» (рис. 4). Известно, что при снижении освещенности синтезируется больше молекул хлорофилла «b» и, таким образом, увеличивается интенсивность фотосинтеза [15].

Основную массу морского фитопланктона составляют диатомовые и динофитовые водоросли, которые содержат хлорофиллы «а» и «с». Наличие хлорофилла «b» в фитопланктоне обуславливается развитием мелких жгутиковых (зеленых), эвгленовых, а также динофитовых водорослей [2].

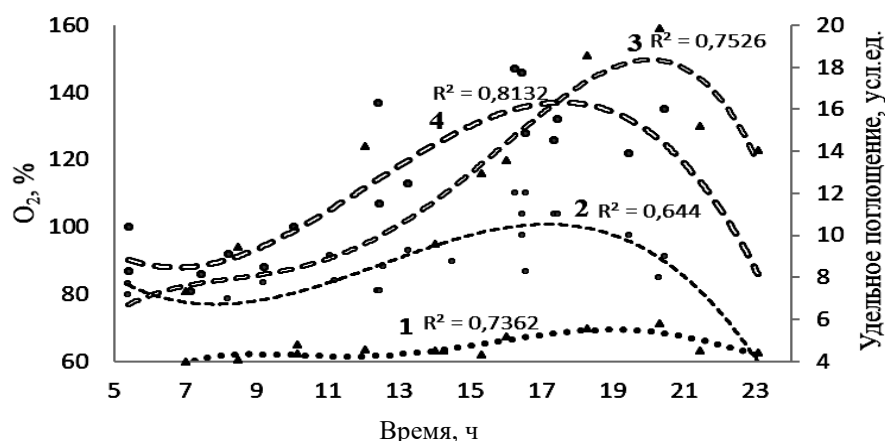


Рис. 3. Суточный ход спектра светопоглощения хлорофиллом и образования кислорода в воде Азовского моря на примере летнего периода 2017 г.: 1 и 2 – удельное поглощение, услед., в Таганрогском заливе и собственно море; 3 и 4 – растворенный кислород, % насыщения, в Таганрогском заливе и собственно море / Fig. 3. The daily course of the light absorption spectrum of chlorophyll and the formation of oxygen in the Azov Sea water, exemplified by the summer period in 2017: 1 and 2 - specific absorption, conventional unit, at Taganrog Bay and Sea; 3 and 4 - oxygen, % saturation, in Taganrog Bay and Sea

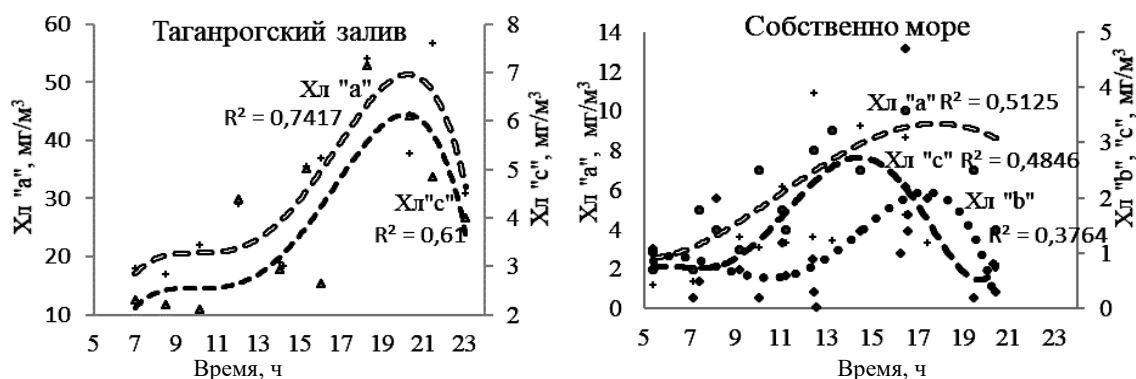


Рис. 4. Суточный ход изменений пигментов в воде Азовского моря, мг/м³, на примере летнего периода 2017 г. / Fig. 4. Daily course of pigment changes in the Azov Sea water, mg/m³, exemplified by the summer period in 2017

Известно, что диатомовые водоросли избегают ярко освещенного приповерхностного слоя воды и более интенсивно развиваются на глубине 2–3 м. Кроме того, диатомовые водоросли неспособны к активному передвижению, их миграции направлены на ослабление фотоингибирования и поддержание способности эффективно осуществлять фотосинтетическую функцию [16]. Свет более высокой интенсивности угнетает рост популяций диатомовых водорослей и приводит к снижению эффективности утилизации поглощенной пигментным аппаратом энергии. Поэтому максимум фотосинтеза и увеличение доли хлорофилла «а» в собственно море, где доминируют диатомовые водоросли, наступают в вечерние часы (рис. 3, 4).

Подвижные жгутиковые динофитовые водоросли, способные к активному передвижению, могут совершать светозависимые миграции (фототакси-

сы), регулируя количество необходимого освещения. При усилении солнечной радиации их биомасса достигает максимума. Этим фактом может быть объяснено увеличение уровня хлорофилла «с» в собственно море в полуденные часы (рис. 4).

Различия суточного хода хлорофиллов в собственно море и Таганрогском заливе обусловлены разным составом, соотношением и биомассой основных групп фитопланктона. Показано, что в Таганрогском заливе в летний период 2017 г. преобладающей группой водорослей являлись сине-зеленые (доминирующие виды – *Myrocystis aeruginosa*, *Myrocystis pulvereae*), общая биомасса которых составляла 3270 мг/м³, а также диатомовые водоросли (доминирующие виды – *Coscinodiscus jonesianus*, *Navicula sp.*) с биомассой 830 мг/м³. В собственно море преобладали динофитовые (основной вид – *Prorocentrum micans*) и диатомовые

водоросли (доминирующие виды – *Coscinodiscus gigas*, *Cerataulina pelagia*), биомасса которых составляла 990 и 870 мг/м³ соответственно. Сине-зеленые водоросли в собственно море в летний пе-

риод года в связи с высокой соленостью на данной акватории были представлены незначительно. В табл. 2 отражены биомасса и численность фитопланктона в Азовском море в летний период 2017 г.

Таблица 2

Количественный состав фитопланктона в Азовском море в летний период 2017 г. /
Quantitative composition of phytoplankton in the Azov Sea in the summer of 2017

Параметр	Cyanophyta		Bacillariophyta		Dinophyta		Chlorophyta		Euglenophyta	
	Таганр. залив	Море	Таганр. залив	Море	Таганр. залив	Море	Таганр. залив	Море	Таганр. залив	Море
Биомасса, мг/м ³	3270	150	830	870	490	990	162	5	38	46
Численность, млн экз./м ³	3670	75	816	2570	118	659	1551	58	8	23

В Таганрогском заливе массовое развитие сине-зеленых водорослей обуславливает высокое содержание хлорофилла «а» в общей биомассе фитопланктона (табл. 3). Содержание хлорофилла «а» в заливе в 4,4 раза выше, чем в собственно

море (табл. 3, 4). Установлено также, что в Таганрогском заливе на станциях, характеризующихся преобладанием сине-зеленых водорослей, отмечен высокий уровень вспомогательного пигмента хлорофилла «с».

Таблица 3

Содержание фотосинтетических пигментов при разном соотношении групп фитопланктона в Таганрогском заливе в летний период 2017 г. / The content of photopigments at different ratios of phytoplankton groups in the Taganrog Bay in the summer of 2017

Bacillariophyta	Cyanophyta	Доля станций с данным распределением основных групп фитопланктона	Хлорофилл «а» в общей биомассе	Хлорофилл «b» в общей биомассе	Хлорофилл «с» в общей биомассе	Σ Хлорофилл
%			мг/м ³			
5	92	67	58	0,2	10,0	68
24	50	11	17	0,1	3,6	22
32	10	11	7	0,6	5,1	13
57	1	11	3	0,4	0,6	4
Среднее			21	0,3	4,8	27

В собственно море при равном соотношении доминирующих групп микроводорослей – диатомовых и динофитовых – также выявлены определенные особенности в содержании разных типов хлорофилла. Показано, что при доминировании диатомовых содержание хлорофилла «а» в sestone выше (4,7–6,6 мг/м³), чем при доминировании динофитовых (3,8–4,0 мг/м³), для которых характерно увеличение доли хлорофилла «b» (до 1,4 мг/м³). Это согласуется с данными литературы о том, что методическое определение даже небольшого количества хлорофилла «b» указывает на развитие жгутиковых. Содержание хлорофилла «с» достоверно не различалось у диатомовых и

динофитовых групп водорослей, поскольку при доминировании динофитовых его содержание составляет 1,9 мг/м³, а при доминировании диатомовых – 2,1 (табл. 4).

Таким образом, роль различных типов хлорофилла в процессе фотосинтеза неодинакова у диатомовых, динофитовых и сине-зеленых водорослей, и состав фотосинтетических пигментов определяется систематической принадлежностью водорослей.

Кроме хлорофилла, в составе пигментов фитопланктона Азовского моря присутствуют феофитин и каротиноиды. Состав пигментов фитопланктона в Азовском море представлен в табл. 5.

Таблица 4

Содержание фотосинтетических пигментов при разном соотношении групп фитопланктона в собственно море в летний период 2017 г. / The content of photopigments at different ratios of phytoplankton groups in the sea in the summer of 2017

Bacillariophyta	Dinophyta	Доля станций с данным распределением основных групп фитопланктона	Хлорофилл «а» в общей биомассе	Хлорофилл «b» в общей биомассе	Хлорофилл «с» в общей биомассе	Σ Хлорофилл
%			мг/м ³			
15	80	13	3,8	1,4	1,9	7,0
28	61	29	4,0	0,6	1,1	6,1
52	40	42	4,7	0,9	1,5	6,3
71	27	16	6,6	0,3	2,1	9,3
Среднее			4,8	0,8	1,7	7,2

Таблица 5

Содержание фотосинтетических пигментов в общей биомассе фитопланктона Азовского моря в летний период 2010–2017 гг. / The pigment content in the total biomass of the Azov Sea in the summer period 2010–2017

Год	ΣC _{Хл} , мг/м ³	C _{Фео} , мг/м ³	C _{Фео} , %	C _{Хл «а»} / C _{Фео}	C _{кар} , мг/м ³	C _к / ΣC _{Хл}	ΣC _{Хл} , мг/м ³	C _{Фео} , мг/м ³	C _{Фео} , %	C _{Хл «а»} / C _{Фео}	C _{кар} , мг/м ³	C _к / ΣC _{Хл}
Собственно море							Таганрогский залив					
2010	16	2	14	6	21	1,3	49	10	26	4	26	0,54
2011	20	1	7	15	24	1,2	62	2	5	26	28	0,45
2012	14	5	35	2	19	1,4	86	16	16	5	39	0,45
2014	14	2	17	6	14	1,0	40	6	16	6	19	0,48
2015	13	6	38	2	17	1,3	64	8	15	7	30	0,47
2016	17	1	14	10	12	0,7	69	6	10	10	27	0,39
2017	8	4	44	1	8	1,0	32	10	27	3	15	0,46
Среднее	14	3	24	6	16	1,1	57	8	16	9	26	0,46

Известно, что каротиноиды, поглощая определенные участки солнечного спектра, передают энергию этих лучей на молекулы хлорофилла, тем самым выполняя функцию дополнительных пигментов фотосинтеза [17]. Другой важнейшей функцией каротиноидов является защита хлорофилла от окисления свободными радикалами [18, 19]. Каротиноиды представляют собой более стабильный компонент пигментной системы, в отличие от хлорофилла «а». Усиление в клетках процессов каротиногенеза или разрушения хлорофилла свидетельствует о замедлении уровня метаболизма и ухудшении физиологического состояния водорослей, при этом возрастает отношение каротиноидов к хлорофиллу ($C_k/\Sigma C_{Хл}$) [20]. По среднесезонным оценкам в Азовском море это соотношение довольно стабильно – в интервале 0,7–1,4 в собственно море и 0,39–0,54 в Таганрогском заливе (табл. 5).

Для характеристики физиологического состояния водорослевого сообщества большое значение имеют данные о содержании феофитина – первичного продукта распада хлорофилла. Старение или распад хлоропластов ведут к разрушению хлорофилла, теряется ион Mg, что, в свою очередь, приводит к образованию феофитина. Отношение хло-

рофилла «а» к феофитину ($C_{Хл«а»}/C_{Фео}$) <1 указывает на отмирание и разложение водорослей [21]. По данным табл. 5 видно, что данное соотношение не снижалось ниже 1, составляя в среднем 6 в собственно море и 9 – в Таганрогском заливе. Поэтому в летний период года феофитизация хлорофилла в Азовском море незначительна.

Согласно данным литературы, доля феофитина менее 40 % соответствует активному состоянию фитопланктона с высоким продукционным потенциалом. В диапазоне 40–65 % феофитина от общей суммы пигментов фитопланктон находится в угнетенном состоянии с пониженной физиологической активностью и низким продукционным потенциалом. При доле феофитина более 65 % клетки водорослей не обладают нужным для фотосинтеза потенциалом и отмирают [22]. В Азовском море доля феофитина в среднем за период 2010–2017 гг. составляла в собственно море 24 % при диапазоне колебаний от 7 до 44 %, в Таганрогском заливе – 16 % при варьировании от 5 до 27 % (табл. 5), что соответствует высоким продукционным возможностям фитопланктона.

Важнейшим условием для жизнедеятельности и фотосинтеза фитопланктона является достаточное

количество биогенных веществ в воде (минеральные соединения азота, фосфора и кремния). Поэтому исследование процесса ассимиляции фитопланктоном биогенных веществ представляет особый интерес. В результате статистического анализа взаимосвязей между спектрами поглощений и концентрацией биогенных веществ в собственно море и Таганрогском заливе отмечены некоторые особенности. В частности, показаны корреляционные взаимосвязи индекса Маргалефа с биогенными веществами и общими формами азота и фосфора. Полученные связи имеют достаточно высокие коэффициенты корреляции ($R^2=0,60-0,74$, $p<0,001$) для биологических процессов. Наибольший коэффициент корреляции получен для кремниевой кислоты, которая не участвует в окислительных процессах, но играет важнейшую роль в развитии диатомовых водорослей.

Индекс Маргалефа используется в качестве маркера физиологического состояния фитопланктона

(C430/C664). Из литературных источников известно, что это отношение обычно мало (от 1 до 2) в молодых культурах или во время цветения водорослей, когда дыхание невелико, и составляет 3–5 в стареющих культурах или планктонных сообществах в конце лета [23].

Полученные в нашей работе показатели индекса Маргалефа <3 наблюдались в условиях высокой концентрации фосфатов в воде и соответствовали активному фотосинтезу, а при снижении концентрации фосфатов до уровня их истощения индекс Маргалефа характеризовался значениями >3 . Подобные закономерности характерны для кремниевой кислоты и азота аммонийного.

Для общих форм азота и фосфора характерно максимальное их содержание при значениях индекса Маргалефа >3 , что свидетельствует о накоплении свежесформированного органического вещества и преобладании процессов гетеротрофного метаболизма в фитопланктонном сообществе в целом (рис. 5).

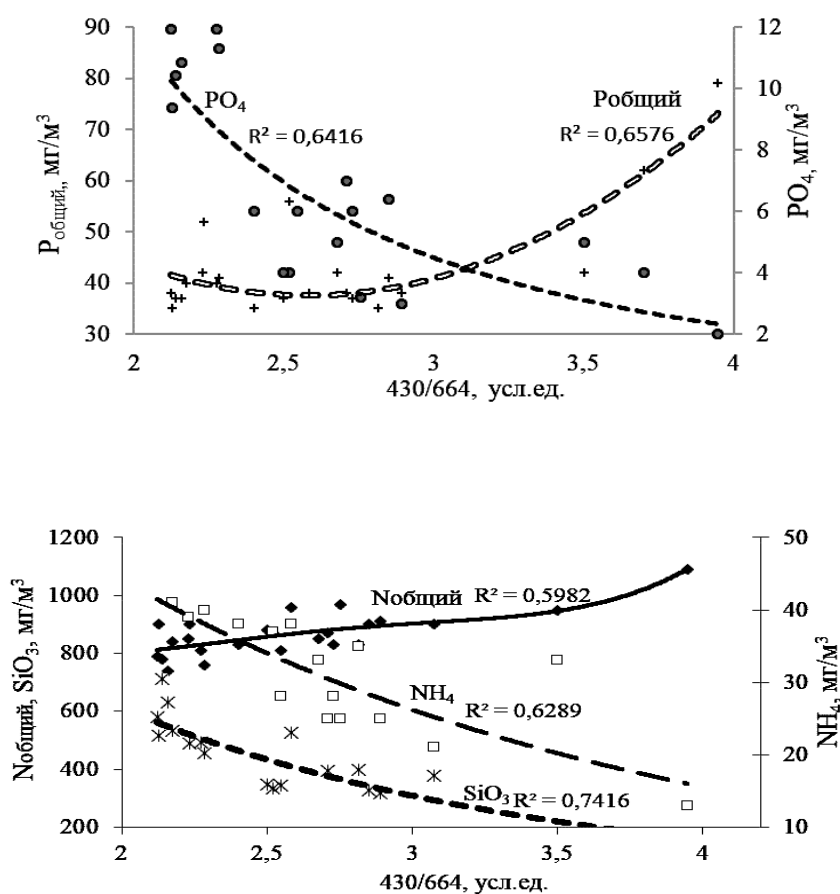


Рис. 5. Динамика биогенных веществ, мг/м³, в зависимости от индекса Маргалефа в Азовском море на примере летнего периода 2017 г. / Fig. 5. Dynamics of nutrients, mg/m³, depending on the Margalef index of the Azov Sea, exemplified by the summer period in 2017

Таким образом, при высоком содержании в воде биогенных веществ отмечены благоприятное физиологическое состояние фитопланктона и активный процесс фотосинтеза (индекс Маргалефа <3). В то же время при истощении биогенных соединений наблюдались старение клеток фитопланктона (накопление в них каротиноидов, индекс Маргалефа >3) и накопление в воде первичного органического вещества.

Выводы

1. Кислородный максимум как в собственно море, так и в Таганрогском заливе совпадал с максимумом светопоглощения хлорофиллом в синей области спектра в вечерние и сумеречные часы.
2. В собственно море и Таганрогском заливе формирование кислородного максимума соответствует повышению доли хлорофилла «а» в sestone.
3. В Таганрогском заливе ведущим пигментом оказывается хлорофилл «а», что связано с преобладанием сине-зеленых водорослей.
4. В летний период года в собственно море и Таганрогском заливе отмечена незначительная феофитинизация хлорофилла в сообществе фитопланктона, что является отражением его высоких продукционных возможностей.
5. При высоком содержании в воде биогенных веществ отмечено благоприятное физиологическое состояние фитопланктона, а при их истощении – старение клеток фитопланктона и накопление в воде первичного органического вещества.

Литература

1. Ленинджер А. Основы биохимии. М.: Мир, 1985. Т. 2. 368 с.
2. Сиделев С.И., Бабаназарова О.В. Анализ связей пигментных и структурных характеристик фитопланктона высокоэвтрофного озера // J. of Siberian Federal University. Biology. 2008. № 2. С. 162–177.
3. Пырина И.Л., Елизарова В.А. Спектрофотометрическое определение хлорофиллов в культурах некоторых водорослей // Биология и продуктивность пресноводных водоемов / под ред. Ю.И. Штегмана. Л.: Наука, 1971. С. 56–65.
4. Сигарева Л.Е., Ляшенко О.А. Значимость пигментных характеристик фитопланктона при оценке качества воды // Водные ресурсы. 2004. № 4. С. 475–480.
5. Зенкевич А.А. Биология морей СССР. М.: АН СССР, 1963. 415 с.
6. Студеникина Е.И., Алдакимова А.Я., Губина Г.С. Фитопланктон Азовского моря в условиях антропогенных воздействий. Ростов н/Д.: Эверест, 1999. 175 с.

7. Jeffrey S.W., Humphrey G.F. New spectrophotometric equations for determining chlorophylls a, b, c1 and c2 in higher plants algae and natural phytoplankton // Biochem. Phys. Pflanz. 1975. № 2. P. 191–194.

8. Lorenzen G.J. Determination of chlorophyll and pheopigments: spectrophotometric equations // Limnology and Oceanography. 1967. № 2. P. 343–346.

9. Parsons T.R., Strickland J.H.D. Discussion of spectrophotometric determination of marine-plant pigments with revised equations for ascertaining chlorophylls and carotenoids // J. Marine Res. 1963. № 21. P. 155–163.

10. Биофизика фотосинтеза / под ред. А.Б. Рубина. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. 222 с.

11. Камнев А.Н. Экологическая физиология водных фототрофных организмов // Жизнь растений : в 6 т. / под ред. А.Л. Тахтаджяна, гл. ред. А.А. Федоров. М.: Просвещение, 1974.

12. Безруков Ю.Ф. Океанология. Ч. 1: Физические явления и процессы в океане. Симферополь: Таврический национальный ун-т им. В.И. Вернадского, 2006. 159 с.

13. Кретович В.Л. Биохимия растений. М.: Высшая школа, 1986. 503 с.

14. Шувалов В.А. Первичное преобразование световой энергии при фотосинтезе. М.: Наука, 1990. 208 с.

15. Lange O.L., Nobel P.S., Osmond C.B., Ziegler H. Physiological Plant Ecology I: Responses to the Physical Environment. Springer-Verlag, 1981. Vol. 12A. P. 628.

16. Финенко З.З. Адаптация планктонных водорослей к основным факторам океанической среды // Биология океана. Т. 1 : Биологическая структура океана. М.: Наука, 1977. С. 9–18.

17. Скопинцев В.Г. Физиология растений и животных. СПб.: Проспект науки, 2013. 368 с.

18. Damm I., Steinmetz D., Grimme L.H. Multiple functions of β -carotene in photosystems I // Physiol. plant. 1989. № 3, pt. 2. P. 85.

19. Demming-Adams B. Carotenoids and photoprotection in plants: A role for the xanthophyll zeaxanthin // Biochem. et Biophys. Acta Bioenergy. 1990. Vol. 1020, № 4754. P. 1106.

20. Елизарова В.А. Содержание фотосинтетических пигментов в фитопланктоне водоемов разного типа: автореф. дис. ... канд. биол. наук. М., 1975. 24 с.

21. Бриттон Г. Биохимия природных пигментов. М.: Мир, 1986. 422 с.

22. Мошаров С.А., Демидов А.Б., Симакова У.В. Особенности процессов первичного продуцирования в Карском море в конце вегетационного периода // Океанология. 2016. Т. 56, № 1. С. 90–100.

23. Одум Ю. Основы экологии. М.: Мир, 1975. 740 с.

References

1. Lenindzher A. *Osnovy biokhimii* [Fundamentals of biochemistry]. Moscow: Mir, 1985, vol. 2, 368 p.

2. Sidelev S.I., Babanazarova O.V. Analiz svyazei pigmentnykh i strukturnykh kharakteristik fitoplanktona vysokoevτροφного озера [The link analysis of pigment and structural characteristics of high-eutrophic lake phytoplankton]. *J. of Siberian Federal University. Biology*. 2008, No. 2, pp. 162-177.
3. Pyrina I.L., Elizarova V.A. [Spectrophotometric determination of chlorophylls in cultures of some algae]. *Biologiya i produktivnost' presnovodnykh vodoemov* [Biology and productivity of freshwater bodies]. Ed. Yu.I. Shtegman. Leningrad: Nauka, 1971, pp. 56-65.
4. Sigareva L.E., Lyashenko O.A. Znachimost' pigmentnykh kharakteristik fitoplanktona pri otsenke kachestva vody [Significance of pigment characteristics of phytoplankton in water quality assessment]. *Vodnye resursy*. 2004, No. 4, pp. 475-480.
5. Zenkevich A.A. *Biologiya morei SSSR* [Biology of the USSR seas]. Moscow: AN SSSR, 1963, 415 p.
6. Studenikina E.I., Aldakimova A.Ya., Gubina G.S. *Fitoplankton Azovskogo morya v usloviyakh antropogennykh vozdeistvii* [Phytoplankton in the conditions of anthropogenic impacts]. Rostov-on-Don: Everest, 1999, 175 p.
7. Jeffrey S.W., Humphrey G.F. New spectrophotometric equations for determining chlorophylls a, b, c1 and c2 in higher plants algae and natural phytoplankton. *Biochem. Phys. Pflanz*. 1975, No. 2, pp. 191-194.
8. Lorenzen G.J. Determination of chlorophyll and pheopigments: spectrophotometric equations. *Limnology and Oceanography*. 1967, No. 2, pp. 343-346.
9. Parsons T.R., Strickland J.H.D. Discussion of spectrophotometric determination of marine-plant pigments with revised equations for ascertaining chlorophylls and carotenoids. *J. Marine Res.* 1963, No. 21, pp. 155-163.
10. *Biofizika fotosinteza* [Biophysics of photosynthesis]. Ed. A.B. Rubin. Moscow: Izd-vo Mosk. un-ta, 1975, 222 p.
11. Kamnev A.N. [Ecological physiology of aquatic phototrophic organisms]. *Zhizn' rastenii* [Plant life]: in 6 vol. Ed. A.L. Takhtadzhyan, A.A. Fedorov. Moscow: Prosveshchenie, 1974.
12. Bezrukov Yu.F. *Okeanologiya* [Oceanologia]. Ch. 1: Physical phenomena and processes in the ocean. Simferopol: Tavricheskii natsional'nyi un-t im. V.I. Vernadskogo, 2006, 159 p.
13. Kretovich V.L. *Biokhimiya rastenii* [Biochemistry of plants]. Moscow: Vysshaya shkola, 1986, 503 p.
14. Shuvalov V.A. *Pervichnoe preobrazovanie svetovoi energii pri fotosinteze* [Primary conversion of light energy in photosynthesis]. Moscow: Nauka, 1990, 208 p.
15. Lange O.L., Nobel P.S., Osmond C.B., Ziegler H. *Physiological Plant Ecology I: Responses to the Physical Environment*. Springer-Verlag, 1981, vol. 12A, p. 628.
16. Finenko Z.Z. [Adaptation of planktonic algae to the primary factors of the ocean environment]. *Biologiya okeana* [Biology of ocean]. Vol. 1: Biological structure of the ocean. Moscow: Nauka, 1977, pp. 9-18.
17. Skopintsev V.G. *Fiziologiya rastenii i zhivotnykh* [Physiology of plants and animals]. Saint Petersburg: Prospekt nauki, 2013, 368 p.
18. Damm I., Steinmetz D., Grimme L.H. Multiple functions of β -carotene in photosystems I. *Physiol. plant*. 1989, No. 3, pt. 2, p. 85.
19. Demming-Adams B. Carotenoids and photoprotection in plants: A role for the xanthophyll zeaxanthin. *Biochem. et Biophys. Acta Bioenergy*. 1990, vol. 1020, No. 4754, p. 1106.
20. Elizarova V.A. *Soderzhanie fotosinteticheskikh pigmentov v fitoplanktone vodoemov raznogo tipa: avtoref. dis. ... kand. biol. nauk* [The content of photosynthetic pigments in phytoplankton of reservoirs of different types]. Moscow, 1975, 24 p.
21. Britton G. *Biokhimiya prirodnikh pigmentov* [Biochemistry of natural pigments]. Moscow: Mir, 1986, 422 p.
22. Mosharov S.A., Demidov A.B., Simakova U.V. Osobennosti protsessov pervichnogo produtsirovaniya v Karskom more v kontse vegetatsionnogo perioda [Features of processes of primary production in the Kara sea at the end of the vegetation period]. *Okeanologiya*. 2016, vol. 56, No. 1, pp. 90-100.
23. Odum Yu. *Osnovy ekologii* [Basics of ecology]. Moscow: Mir, 1975, 740 p.

УДК 504.062/ 911.6

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-98-106

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ И КОНФЛИКТЫ РАЗВИТИЯ ПРИРОДНО-ХОЗЯЙСТВЕННЫХ СИСТЕМ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ

© 2018 г. **Б.А. Красноярова¹, С.Г. Платонова¹, В.В. Скрипко¹, С.Н. Шарабарина¹, Е.О. Чернова¹**

¹Институт водных и экологических проблем Сибирского отделения РАН, Барнаул, Россия

SPATIAL ORGANIZATION AND CONFLICTS OF NATURAL-ECONOMIC SYSTEMS DEVELOPMENT IN WESTERN SIBERIA

B.A. Krasnoyarova¹, S.G. Platonova¹, V.V. Skripko¹, S.N. Sharabarina¹, E.O. Chernova¹

¹Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Barnaul, Russia

Красноярова Белла Александровна – доктор географических наук, главный научный сотрудник, лаборатория ландшафтно-водноэкологических исследований и природопользования, Институт водных и экологических проблем СО РАН, ул. Молодежная, 1, г. Барнаул, 656000, Россия, e-mail: bella250352@mail.ru

Bella A. Krasnoyarova - Doctor of Geography, Chief Researcher, Laboratory of Landscape-Water-Ecological Research and Nature Management, Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Molodezhnaya St., 1, Barnaul, 656000, Russia, e-mail: bella250352@mail.ru

Платонова Софья Григорьевна – кандидат геолого-минералогических наук, старший научный сотрудник, лаборатория ландшафтно-водноэкологических исследований и природопользования, Институт водных и экологических проблем СО РАН, ул. Молодежная, 1, г. Барнаул, 656000, Россия, e-mail: sgplatonova@mail.ru

Sofja G. Platonova - Candidate of Geology and Mineralogy, Senior Researcher, Laboratory of Landscape-Water-Ecological Research and Nature Management, Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Molodezhnaya St., 1, Barnaul, 656000, Russia, e-mail: sgplatonova@mail.ru

Скрипко Вадим Валерьевич – кандидат географических наук, научный сотрудник, лаборатория ландшафтно-водноэкологических исследований и природопользования, Институт водных и экологических проблем СО РАН, ул. Молодежная, 1, г. Барнаул, 656000, Россия, e-mail: skripko@inbox.ru

Vadim V. Skripko - Candidate of Geography, Researcher, Laboratory of Landscape-Water-Ecological Research and Nature Management, Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Molodezhnaya St., 1, Barnaul, 656000, Russia, e-mail: skripko@inbox.ru

Шарабарина Софья Николаевна – кандидат географических наук, научный сотрудник, лаборатория ландшафтно-водноэкологических исследований и природопользования, Институт водных и экологических проблем СО РАН, ул. Молодежная, 1, г. Барнаул, 656000, Россия, e-mail: sonjatka@mail.ru

Sofja N. Sharabarina - Candidate of Geography, Researcher, Laboratory of Landscape-Water-Ecological Research and Nature Management, Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Molodezhnaya St., 1, Barnaul, 656000, Russia, e-mail: sonjatka@mail.ru

Чернова Евгения Олеговна – кандидат географических наук, младший научный сотрудник, лаборатория ландшафтно-водноэкологических исследований и природопользования, Институт водных и экологических проблем СО РАН, ул. Молодежная, 1, г. Барнаул, 656000, Россия, e-mail: garms123@mail.ru

Evgenia O. Chernova - Candidate of Geography, Junior Researcher, Laboratory of Landscape-Water-Ecological Research and Nature Management, Institute for Water and Environmental Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Molodezhnaya St., 1, Barnaul, 656000, Russia, e-mail: garms123@mail.ru

Природно-хозяйственные системы (ПХС) Западной Сибири отличаются разнообразием природно-климатических и социально-экономических условий. Их функционирование рассмотрено с позиций концепции пространственной организации территории, учитывающей поливариантность и полиструктурность их развития и позволяющей решать блок задач в зависимости от их масштаба (иерархического уровня) в разных территориальных границах (природные, административные, кластерные).

Для целей разработки стратегических направлений развития Западной Сибири в качестве структурных элементов макроуровня предлагается рассматривать пять региональных ПХС, выделенных в природных границах зонально-азональных областей с преобладающим видом природопользования. На региональном и субрегиональном уровнях ПХС рассматриваются в административных границах. Для каждой ПХС данного уровня выявлены особенности функционирования, определяющие наличие конфликтных ситуаций природопользования трех типов – экологического, экономического (эколого-экономического) и этнокультурного. Пространственные закономерности возникновения конфликтных ситуаций детально проанализированы на примере Томской и Омской областей, контрастных по условиям функционирования и преимущественным видам природопользования.

В качестве перспективных элементов пространственно-организационной структуры ПХС Западной Сибири выделены пояса развития (Центральный, Северный и Южный), представленные сочетанием транспортно-логистических и пространственно-отраслевых межрегиональных кластеров.

Ключевые слова: природно-хозяйственная система, пространственная организация, иерархический уровень, границы природно-хозяйственных систем, поливариантность структуры, конфликты природопользования, тип природопользования, Западная Сибирь.

Natural and economic systems (NES) of Western Siberia are distinguished by a variety of climatic and socio-economic conditions. NES functioning is considered in terms of the concept of spatial territory organization that allows for polyvariant and polystructural peculiarities of their development, and enables to solve a set of problems depending on their scope (hierarchical level) and in different territorial boundaries (natural, administrative and cluster ones).

For working out the strategic directions of the Western Siberia development, it was proposed to consider five regional NES within the natural boundaries of zonal-azonal regions with specified predominant types of nature management as the structural elements of the macro level. At the regional and sub-regional levels, natural-economic systems were considered within administrative boundaries. For each NES of these levels, the functioning features responsible for conflict nature management of three types, i.e. ecological, economic (ecological-economic) and ethno-cultural were revealed. The development zones (Central, Northern and Southern) represented by a combination of transport-logistics and spatial-sectoral interregional clusters were identified as a promising element of NES spatial-organizational structure in Western Siberia.

Keywords: natural-economic system, spatial organization, hierarchical level, boundaries of natural-economic systems, structure polyvariance, conflicts in nature management, type of nature management, Western Siberia.

Территориальная и пространственная парадигмы изучения организации объектов, процессов и явлений долгое время существуют параллельно, работая на разные науки с целью оптимизации использования территории – для получения максимальной выгоды, минимизации затрат или ущерба, сохранения природного или культурного разнообразия. В географических науках традиционно распространено учение о территории, отраженное в таких терминах, как «территориально-производственный комплекс», «территориальная организация хозяйства», «территориальное планирование», «территориальная организация общества». Последнее Э.Б. Алаев обозначил как «сочетание функционирующих территориальных структур (расселения населения, производства, природопользования), объединяемых структурами управления в целях осуществления воспроизводства жизни общества в соответствии с целями и на основе действующих в данной общественной формации экономических законов» [1]. Кроме того, в последние десятилетия получила теоретическое развитие и практическое применение концепция территориальных природно-хозяйственных систем (ПХС) [2–5], которая в подходе к территориальным структурам позволила объединить элементы раз-

ного иерархического уровня, выполняющие одновременно разные функции в подсистемах природы, хозяйства и населения, в единое целое [6]. Но при этом нерешенными остались вопросы, определяемые двухмерностью территориальной организации. Например, проблемы стыковки природных и хозяйственных границ ПХС во временном аспекте, выделения критериев разграничения территориальных ПХС разных уровней [7], постановки управленческих задач, решение которых возможно только при одновременном их изучении на разных иерархических уровнях одной ПХС. Для рассмотрения этих нерешенных вопросов с целью исследования процессов функционирования ПХС предлагается использовать подходы, объединяемые более широким по своему содержанию понятием «пространственная организация».

В отличие от двухмерной территориальной понятие «пространственная организация», появившееся ещё в XIX в. в работах немецких исследователей И.Г. фон Тюнена, В. Кристаллера и А. Лёша [8], многомерно. Оно учитывает нелинейные зависимости внутри природно-хозяйственных систем и широко используется в смежных науках (градостроительство, экономика, инженерия, общественные дисциплины), расширяя понятие территории

и внося новые акценты в ее изучение. Например, при выявлении конфликтности развития природопользования различных ПХС зачастую необходимо опираться на такие качества, присущие не столько территории, сколько пространству, которые Е.Г. Анимией [9] определены как полиструктурность, многослойность, единство прерывности и непрерывности, интеграции и дезинтеграции, неисчерпаемости.

Западная Сибирь расположена в природных границах одного из крупнейших в мире речных бассейнов – Обь-Иртышского, занимающего четвертое место в мире по площади водосбора после бассейнов Амазонки, Конго и Миссисипи. Пространственная организация ее ПХС отличается сложностью, определяемой огромным разнообразием природно-климатических и социально-экономических условий. Это разнообразие определило формирование в ее пределах широкого спектра региональных ПХС, отличающихся по специфике взаимоотношений природной и хозяйственной подсистем, а также поливариантность структуры, которая в рамках пространственной парадигмы в зависимости от поставленных задач и масштаба анализа (иерархический уровень) дает возможность использовать разные варианты структуры. Рассмотрим, учитывая это свойство, пространственную организацию отдельных ПХС Западной Сибири и их групп, которая определяется возможностью выделения на макро-, региональном и субрегиональном иерархических уровнях структурных единиц в разных вариантах границ: 1) природных; 2) административных; 3) кластерных.

Особенности пространственной организации и функционирования макрорегиональной ПХС Западной Сибири. Для разработки стратегических направлений развития азиатской части России в качестве структурных элементов ПХС макроуровня Западной Сибири предлагается рассматривать региональные ПХС, выделенные по зонально-азональным особенностям их географического положения и преобладающему виду природопользования в природных границах физико-географических зональных областей [10] и горных сооружений.

В этом варианте выделяется пять региональных ПХС – тундровая добывающая (I); таежная (II): добывающая (II.1), добывающая, лесохозяйственная – аграрная (II.2), лесохозяйственная – аграрная (II.3); лесостепная аграрно-индустриальная (III); степная аграрная (IV); горная (V): Кузнецко-Алатауская (межгорно-котловинная добывающая, объединяющая районы с различной специализацией: добывающей, лесохозяйственной; аграрной, рекреационно-аграрной) (V.1); 2 – Алтайская (предгорно-низкогорная с аграрно-рекреационной и аграрной специализацией) (V.2) [11] (рис. 1, табл. 1).

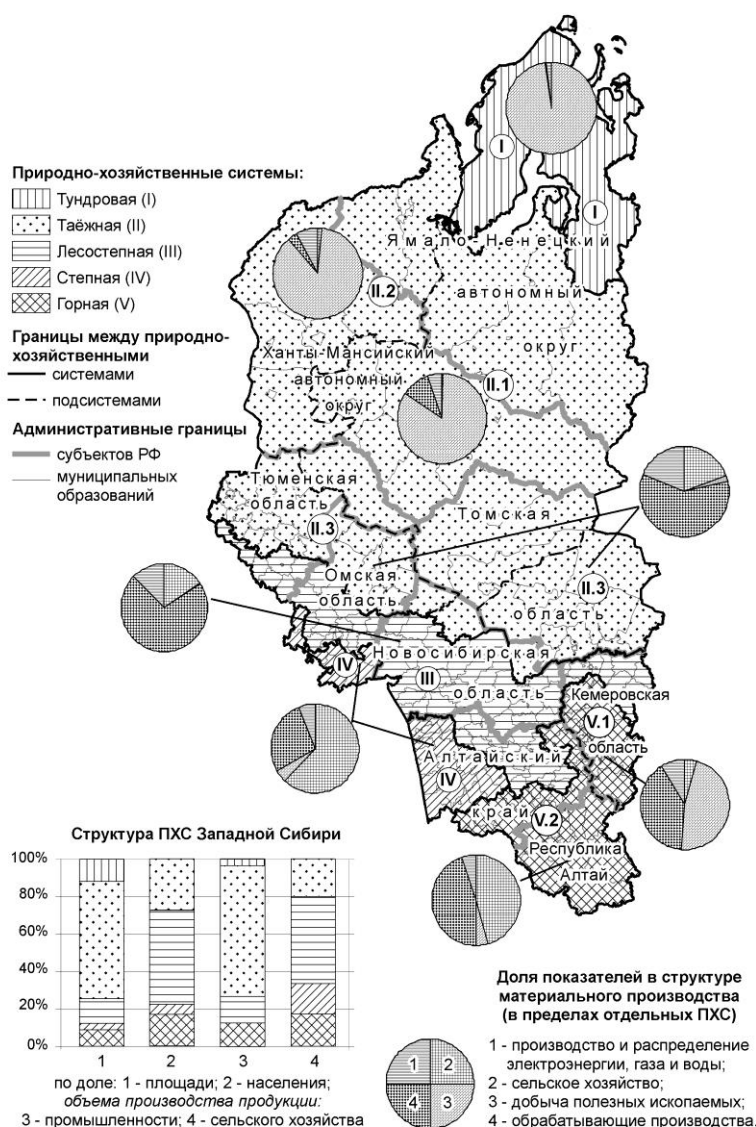


Рис. 1. Пространственная организация ПХС макроуровня Западной Сибири /
Fig. 1. Spatial organization of natural-economic system in Western Siberia
at a macro-level

Таблица 1

Структура ПХС Западной Сибири / Structure of natural-economic system of Western Siberia

ПХС	Доля ПХС-структурных элементов от Западной Сибири, %			
	Площадь	Численность населения	Промышленность	Сельское хозяйство
I. Тундровая добывающая	12,0	0,2	3,6	0,2
II. Тажная:	62,7	27,1	69,4	20,1
II.1. Тажная добывающая	33,2	11,0	61,9	1,8
II.2. Тажная добывающая – лесохозяйственная – аграрная	15,3	2,4	3,4	1,0
II.3. Тажная лесохозяйственная – аграрная	14,2	13,7	4,1	17,3
III. Лесостепная аграрно-индустриальная	12,7	50,3	14,4	46,3
IV. Степная аграрная	3,6	5,0	0,5	15,9
V. Горная:	9,0	174	121	17,5
V.1. Кузнецко-Алатауская	2,7	14,1	11,5	8,5
V.2. Алтайская	6,3	3,3	0,6	9,0

В пределах макроуровня для всей Западной Сибири отмечается существенная дифференциация региональных ПХС, которая проявляется как по абсолютным (занимаемая площадь, численность населения, объем производимой продукции в промышленности и сельском хозяйстве), так и по удельным показателям. Например, почти 63 % Западной Сибири занимают слабозаселенные пространства таежной ПХС (II), относящиеся к разным субъектам РФ. Особенности ее являются формирование отдельных локусов преобразованных территорий, приуроченных, как правило, к местам добычи углеводородного сырья, а также площадной характер традиционного природопользования коренных малочисленных народов Севера с собственным укладом жизнеобеспечения и потребностью в сохранении пастбищных и промысловых угодий. В пределах другой – лесостепной аграрно-индустриальной ПХС (III), занимающей всего 12,7 % площади Западной Сибири, напротив, сосредоточено 50,3 % ее населения. Эта ПХС занимает ведущее место в Западной Сибири по доле сельского хозяйства (46,3 %). Доля в общем объеме промышленного производства невелика – 14,4 %, однако по его внутренней структуре лесостепная ПХС отличается от остальных резким преобладанием обрабатывающей отрасли (71,7 %) и высокой долей производства и распределения электроэнергии, газа и воды (12,6 %), а также оборота розничной торговли на душу населения. Наличие урбанистических центров определило высокую долю сельского хозяйства пригородного типа с самой высокой урожайностью зерновых и высокой плотностью поголовья скота в регионе.

Функционирование и конфликтность развития региональных ПХС. Во втором варианте региональные ПХС – элементы структуры Западной Сибири – представлены в административных границах девяти

субъектов Российской Федерации (Ямало-Ненецкий и Ханты-Мансийский автономные округа, Тюменская, Новосибирская, Омская, Томская, Кемеровская области, Алтайский край, Республика Алтай). При этом внутренняя структура региональных ПХС, в свою очередь, определяется набором ПХС субрегионального уровня, выделенных в пределах природных ландшафтных провинций, скорректированных границами сложившихся муниципальных образований. Несмотря на множество противоречий, при переходе с макроуровня на региональный уровень такая структура определяет управляемость ПХС и удобна для разработки стратегических направлений развития регионов. Рассмотрим потенциал использования такой структуры при выявлении особенностей *функционирования, проблем и конфликтов развития региональных ПХС.*

Учитывая, что функционирование любой ПХС происходит в режиме конфликтности (столкновения интересов отдельных видов природопользования) и развития, для региональных ПХС Западной Сибири в рамках территориального подхода [12] были выявлены и определены особенности проявления конфликтных ситуаций (КС) преимущественно трёх типов: экологических (1), экономических (или эколого-экономических) (2) и этнокультурных (3) [13]. К *первому типу* относятся конфликты, возникающие между нормативным и фактическим качеством окружающей среды в процессе функционирования ПХС. Ко *второму типу* отнесены КС между различными целями природопользования. *Третий тип* КС характеризует, как правило, отношения между местным населением (носителем этнической культуры или традиционного уклада природопользования) и субъектами привнесённого, чаще всего индустриального, природопользования. Кроме того, КС различают также по источнику возникновения, по масштабу и интенсивности проявления, трендам развития и т.п. (табл. 2).

Таблица 2

Характеристики конфликтов природопользования по [14] / Features of nature use-related conflicts by [14]

Классификационный признак	Показатель
Источник конфликта	Промышленность, сельское, лесное хозяйство, транспорт, местные жители, рекреанты и др.
Форма локализации	Точечная, линейно-сетевая, площадная
Степень сложности	Моно, парный, множественный
Проявление	Потенциальный, реально существующий
Динамика	Нарастающая, стабильная, убывающая
Длительность развития	Длительные и кратковременные, непрерывные и импульсные, сезонные и круглосуточные
Интенсивность	Слабая, умеренная, сильная

Пространственные закономерности возникновения конфликтных ситуаций по выбранным показателям детально проанализированы на примере Томской и Омской областей (рис. 2). В основу положены исследования структуры и показателей функционирования региональных ПХС (отраслевая структура валового регионального продукта, когда каждая из выделенных агрегированных отраслей рассматривается как потенциальный источник КС, главным образом с ресурсных позиций) и оценка привнесенной доли региональных ПХС в загрязнение атмосферного воздуха и водных объектов, а также учета соотношения источников КС (форм и видов природопользования).

При анализе структуры региональной ПХС Томской области было выделено три ПХС субрегионального уровня в природных границах ландшафтных провинций: Южная (I), Центральная (II) и Северная (III).

Южная ПХС (I) характеризуется развитым аграрно-индустриальным комплексом. В ее границах выделяются подсистемы: ядро, внутренний пояс, внешний пояс. Индустриально-урбанистическое ядро (г. Томск вместе с пригородами и г. Северск) сосредотачивает население, инфраструктурные сооружения, высокотехнологичные производственные комплексы, центр управления всей ПХС. Здесь реализуется экономический потенциал ПХС. Внутренний пояс характеризуется интенсивным пригородным сельским хозяйством, развитой транспортной инфраструктурой и сезонной рекреацией. В пределах внешнего пояса сосредоточено сельское и лесное хозяйство умеренной интенсивности.

Центральная ПХС (II) охватывает территории аграрно-лесоохозяйственной специализации с экстенсивным и умеренной интенсивности сельским и лесным хозяйством в сочетании с охотой, промыслами и традиционным природопользованием. На

территории *Северной ПХС (III)* при небольших поселениях развиты охота, промыслы, традиционное природопользование. Наличие месторождений углеводородов и крупных лесных массивов определило развитие лесохозяйственной и горнодобывающей промышленности: лесохозяйственно-аграрная подзона – с лесным и очаговым сельским хозяйством умеренной интенсивности в сочетании с горнодобывающей (нефть и газ) и перерабатывающей промышленностью и горнодобывающая подзона с горнодобывающей (нефть и газ) и перерабатывающей промышленностью в сочетании с лесным хозяйством, традиционным природопользованием, а также мелкоочаговым сельским хозяйством.

Основные КС природопользования Томской области детерминированы природными особенностями, ресурсной обеспеченностью, историей развития территории. В пределах Южной ПХС имеют место преимущественно конфликты экологического типа. Для аграрно-лесоохозяйственной Центральной ПХС они имеют потенциальный характер и относятся ко второму типу. КС определяются наличием крупного месторождения железных руд на территории лесов и болот, выполняющих водорегулирующие функции в бассейне Оби. Основные КС природопользования Северной горно-промышленно-лесоохозяйственной зоны можно отнести, скорее всего, к третьему типу, так как они носят в основном этнокультурный характер.

Территория Омской области характеризуется ещё большим контрастом природных условий, так как в отличие от Томской, расположенной преимущественно в таежной зоне, на ее территории выделены ландшафты степной, лесостепной и таежной зональных областей [10]. По особенностям хозяйствования на территории области также выделено три ПХС субрегионального уровня: Южная (I), Центральная (II) и Северная (III).

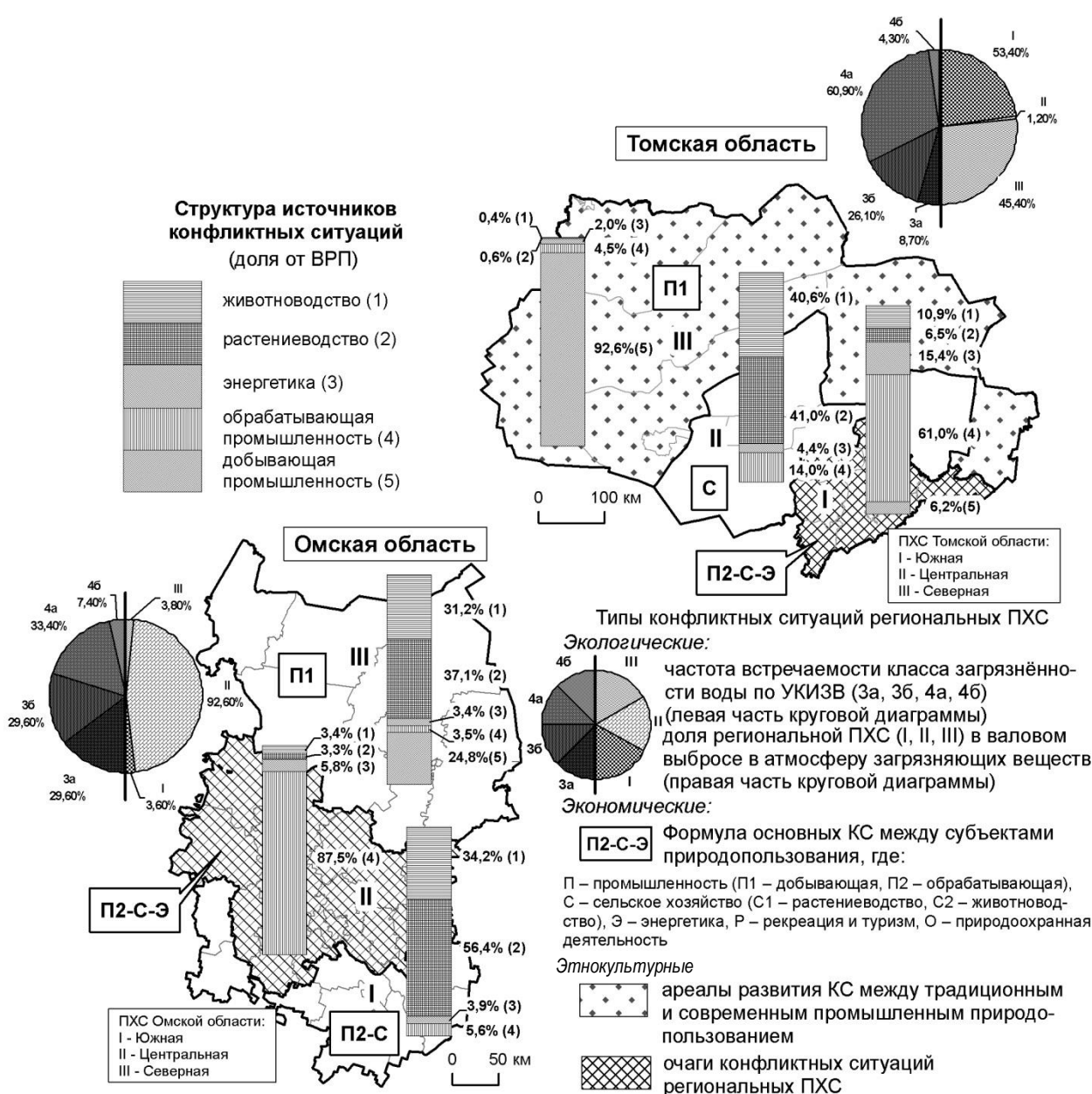


Рис. 2. Пространственные особенности и векторы взаимодействия конфликтных ситуаций регионального уровня Западной Сибири [13] / Fig. 2. Spatial features and vectors of conflicts interaction in Western Siberia at a regional level [13]

Южная ПХС расположена в пределах степной зоны, охватывая 18 % площади региона и 12 % ВРП. Здесь преобладают аграрное природопользование (АПП) зерно-скотоводческой специализации и промышленность обрабатывающих отраслей. Центральная ПХС, приуроченная к лесостепной зоне, является ядром регионального развития. На ее территории (34 % от площади области) производится более 60 % ВРП. Она характеризуется сочетанием развитого АПП в основном пригородного типа и промышленности обрабатывающих отраслей. В экономике Северной ПХС – таежной – (48 % площади, 28 % ВРП)

наряду с преобладанием АПП животноводческого типа развиты горнодобывающая (разработка Крапивинского месторождения нефти и Тарского месторождения циркон-ильменитовых песков) и деревообрабатывающая промышленность.

КС в пределах выделенных ПХС Омской области относятся преимущественно к первому типу и наиболее выражены в Центральной – лесостепной – ПХС, где расположен г. Омск. Данная ПХС вносит основной вклад в загрязнение атмосферного воздуха региона. Активно проявляются здесь и другие экологические конфликты, связанные с функционированием

города-миллионера. Для Южной – степной – ПХС также характерны конфликты первого типа, но обусловлены они преимущественно сельскохозяйственной деятельностью. Кроме того, необходимо отметить и вероятность возникновения международных КС, связанных с переносом загрязнений водными (по трансграничному – Иртыш) и атмосферными потоками со стороны Республики Казахстан. В Северной ПХС отмечаются локальные конфликты в местах расположения животноводческих комплексов, лесозаготовок и разработок полезных ископаемых.

Пространственная организация групп ПХС в границах межрегиональных кластеров. Пространственная организация ПХС, анализируемая для целей стратегического развития отдельных групп регионов

Западной Сибири, может быть определена положением межрегиональных кластеров – транспортно-логистических и пространственно-отраслевых, инициированных в документах стратегического развития. На территории южной и центральной частей Западной Сибири четко выделяется *Центральный пояс ПХС*, или ядра развития, которые формируются в основном вдоль Транссибирской железнодорожной магистрали и включают территории практически всех городских агломераций – центров субъектов РФ и прилегающих к ним пригородных районов (рис. 3). В пределах этого пояса отмечаются высокая концентрация населения и производственного потенциала и одновременно сочетанные проявления региональных, локальных и точечных конфликтов.

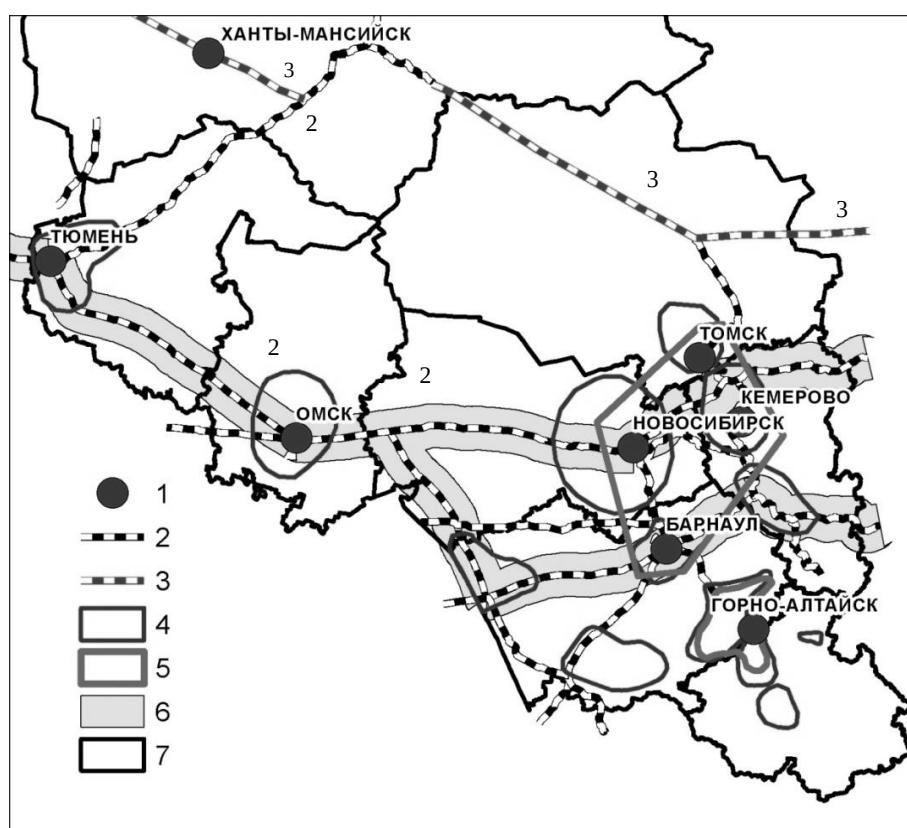


Рис. 3. Организация ПХС южной и центральной частей Западной Сибири относительно кластеров общерегиональной стратегии развития с учётом [15]: 1 – главные региональные центры развития; 2 – существующие железные дороги; 3 – намечаемые железные дороги; 4 – зоны экономического роста по принятым стратегиям развития регионов; 5 – кластеры развития общерегиональной стратегии развития Западной Сибири; 6 – транссибирский транспортно-логистический кластер (основная и южная ветви); 7 – административные границы субъектов РФ / Fig. 3. Organization of the natural-economic system in the south and central parts of Western Siberia related to clusters stated in the Strategy for Regional Development: 1 - major regional development centers; 2 - railways in use; 3 - planned railways; 4 - economic growth zones according to the adopted strategies for regional development; 5 - clusters of the regional strategy for Western Siberia development; 6 - Trans-Siberian transport and logistics cluster (main and southern branches); 7 - administrative borders of RF subjects

ПХС *Северного пояса* отличаются аграрно-лесохозяйственной и лесохозяйственной специализацией. Аграрный сектор имеет здесь выраженное животноводческое направление, растениеводство

представлено кормопроизводством, картофеле- и овощеводством. В регионах Крайнего Севера и Арктики отмечается активное наступление индустриального освоения углеводородных месторождений

на места традиционного природопользования местного населения, сопровождаемое нарастанием конфликтов между ними. Эти конфликты имеют не только экономико-экологический, но и социально-этнический характер.

Группы ПХС Южного пояса относятся преимущественно к аграрному и индустриально-аграрному типам. На территории гор Южной Сибири формируются ПХС пояса горного природопользования, сочетающие животноводство, как правило, отгонного типа и активное рекреационное освоение с локусами горнодобывающего профиля.

Заключение

Функционирование и конфликты ПХС Западной Сибири, отличающейся разнообразием природно-климатических и социально-экономических условий, рассмотрены в концепции пространственной организации территории. Для ее структуры характерна поливариантность, позволяющая решать блок задач в зависимости от их масштаба (иерархический уровень). Пространственная организация ПХС Западной Сибири позволяет выделить структурные единицы на разных иерархических уровнях (макро-, региональном и суб-региональном) в разных вариантах границ (природных, административных, кластерных).

Выявленное разнообразие условий хозяйствования и конфликтности в разрезе региональных ПХС Западной Сибири отражает, во-первых, необходимость учета пространственно-временного характера их развития при разработке стратегических документов экономически эффективного и экологически безопасного развития регионов – субъектов РФ с учетом интересов различных социальных и этнических групп проживающего здесь населения; и, во-вторых, потребность в последовательной оптимизации территориальной организации различных типов индустриального, аграрного, лесохозяйственного и рекреационного природопользования.

Литература

1. Алаев Э.Б. Социально-экономическая география : понятийно-терминологический словарь. М. : Мысль, 1983. 350 с.
2. Швец Г.И. Концепция природно-хозяйственных территориальных систем и вопросы рационального природопользования // География и природные ресурсы. 1984. № 4. С. 7–15.
3. Поярков Б.В., Бакланов П.Я., Арзамасцев И.С., Орбов В.В. Природно-хозяйственное районирование Дальнего Востока (включая акваторию дальневосточных морей) // Рационализация природопользования на Дальнем Востоке. Владивосток : Изд-во ДВНЦ АН СССР, 1984. С. 6–18.

4. Теоретические и практические аспекты устойчивого природопользования: управление, принципы организации природно-хозяйственных систем, ландшафтное планирование. Йошкар-Ола : Изд-во МарГТУ, 2004. 404 с.

5. Бакланов П.Я., Ганзей С.С., Ермошин В.В. Природно-хозяйственное районирование трансграничных территорий // География и природные ресурсы. 2005. № 4. С. 107–114.

6. Исаченко А.Г. Теория и методология географической науки. М.: Академия, 2004. 400 с.

7. Климина Е.М. Ландшафтно-картографическое обеспечение территориального планирования (на примере Хабаровского края). Владивосток : Дальнаука, 2007. 132 с.

8. Голоухова Д.В. Особенности пространственной структуры современной Москвы // Мировая политика. 2015. № 3 (42). С. 141–149.

9. Анимца Е.Г. Пространственная организация общества: постановка проблемы и концептуальные установки // Изв. УрГЭУ. 2007. № 2 (19). С. 82–85.

10. Винокуров Ю.И., Цимбалей Ю.М. Региональная ландшафтная структура Сибири. Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2006. 96 с.

11. Красноярова Б.А., Платонова С.Г., Шарабарина С.Н., Скрипко В.В., Архипова И.В. Природно-хозяйственное районирование Западной Сибири // Геогр. вестн. 2018. № 1. С. 64–72.

12. Евсеев А.В., Красовская Т.М. Современные конфликты природопользования на Севере России // Проблемы геоэкологии. М. : Пресс-Соло, 2004. Т. 2. С. 276–294.

13. Красноярова Б.А., Платонова С.Г., Скрипко В.В., Шарабарина С.Н. Региональные природно-хозяйственные системы Обь-Иртышского бассейна : конфликты и развитие // Изв. Алтайского отделения РГО. 2015. № 4. С. 21–27.

14. Алексеенко Н.А., Дроздов А.В. Опыт средне-масштабного картографирования конфликтов природопользования (на примере национального парка Уг-ра) // Изв. РАН. Сер. географ. 2005. № 6. С. 77–95.

15. Проблемные регионы ресурсного типа : азиатская часть России / под ред. В.А. Ламина, В.Ю. Малова. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2005. 386 с.

References

1. Alaev E.B. *Sotsial'no-ekonomicheskaya geografiya* [Social and economic geography]. Conceptual and terminological dictionary. Moscow: Mysl', 1983, 350 p.
2. Shvebs G.I. *Kontseptsiya prirodno-khoyaistvennykh territorial'nykh sistem i voprosy ratsional'nogo prirodopol'zovaniya* [The concept of natural and economic territorial systems and issues of environmental management]. *Geografiya i prirodnye resursy*. 1984, No. 4, pp. 7-15.

3. Poyarkov B.V., Baklanov P.Ya., Arzamastsev I.S., Orbov V.V. [Natural and economic zoning of the Far East (including the waters of the far East seas)]. *Ratsionalizatsiya prirodopol'zovaniya na Dal'nem Vostoke* [Rationalization of nature management in the Far East]. Vladivostok: Izd-vo DVNTs AN SSSR, 1984, pp. 6-18.
4. *Teoreticheskie i prakticheskie aspekty ustoychivogo prirodopol'zovaniya: upravlenie, printsipy organizatsii prirodno-khozyaistvennykh sistem, landshaftnoe planirovaniye* [Theoretical and practical aspects of sustainable environmental management: management, principles of organization of natural and economic systems, landscape planning]. Yoshkar-Ola: Izd-vo MarG-TU, 2004, 404 p.
5. Baklanov P.Ya., Ganzei S.S., Ermoshin V.V. Prirodno-khozyaistvennoye raionirovaniye transgranichnykh territorii [Natural and economic regionalization of transboundary territories]. *Geografiya i prirodnye resursy*. 2005, No. 4, pp. 107-114.
6. Isachenko A.G. *Teoriya i metodologiya geograficheskoi nauk* [Theory and methodology of geographical science]. Moscow: Akademiya, 2004, 400 p.
7. Klimina E.M. *Landshaftno-kartograficheskoe obespechenie territorial'nogo planirovaniya (na primere Khabarovskogo kraya)* [Landscape and cartographic support of territorial planning (on the example of the Khabarovsk territory)]. Vladivostok: Dal'nauka, 2007, 132 p.
8. Goloukhova D.V. Osobennosti prostranstvennoi struktury sovremennoi Moskvy [Peculiarities of spatial structure of contemporary Moscow]. *Mirovaya politika*. 2015, No. 3 (42), pp. 141-149.
9. Animitsa E.G. Prostranstvennaya organizatsiya obshchestva: postanovka problemy i kontseptual'nye ustanovki [Peculiarities of spatial structure of contemporary Moscow]. *Izv. UrGEU*. 2007, No. 2 (19), pp. 82-85.
10. Vinokurov Yu.I., Tsimbalei Yu.M. *Regional'naya landshaftnaya struktura Sibiri* [Regional landscape structure of Siberia]. Barnaul: Izd-vo Alt. un-ta, 2006, 96 p.
11. Krasnoyarova B.A., Platonova S.G., Sharabarina S.N., Skripko V.V., Arkhipova I.V. Prirodno-khozyaistvennoye raionirovaniye Zapadnoi Sibiri [Natural-economic zoning of Western Siberia]. *Geogr. vestn.* 2018, No. 1, pp. 64-72.
12. Evseev A.V., Krasovskaya T.M. [Modern conflicts of nature management in the North of Russia]. *Problemy geokonfliktologii* [Problems of geoconflictology]. Moscow: Press-Solo, 2004, vol. 2, pp. 276-294.
13. Krasnoyarova B.A., Platonova S.G., Skripko V.V., Sharabarina S.N. Regional'nye prirodno-khozyaistvennye sistemy Ob'-Irtyshskogo basseina: konflikty i razvitiye [Regional natural-economic systems of the Ob-Irtysh basin: conflict and development]. *Izv. Altaiskogo otdeleniya RGO*. 2015, No. 4, pp. 21-27.
14. Alekseenko N.A., Drozdov A.V. Opyt srednemashtabnogo kartografirovaniya konfliktov prirodopol'zovaniya (na primere natsional'nogo parka Ugra) [Experience of medium-scale mapping of environmental conflicts (on the example of the national Park Ugra)]. *Izv. RAN. Ser. geograf.* 2005, No. 6, pp. 77-95.
15. *Problemy regiony resursnogo tipa: aziatskaya chast' Rossii* [Problem regions of resource type: Asian part of Russia]. Ed. V.A. Lamin, V.Yu. Malov. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2005, 386 p.

УДК 504.454

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-107-111

СВЯЗЬ СЕЗОННОЙ ДИНАМИКИ БИОГЕННОГО СТОКА Р. ДОН С КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ОКРАШЕННОГО РАСТВОРЕННОГО ВЕЩЕСТВА *

© 2018 г. О.В. Ткаченко¹, В.В. Поважный², В.С. Герасюк²

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия,

²Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия

RELATIONSHIP BETWEEN THE SEASONAL DYNAMICS OF THE DON RIVER NUTRIENTS RUNOFF AND THE CONCENTRATION OF THE COLORED SOLUTE

O.V. Tkachenko¹, V.V. Povazhny², V.S. Gerasyuk²

¹Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia,

²Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russia

Ткаченко Олег Валерьевич – лаборант, географический факультет, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Ленинские горы, 1, г. Москва, 119991, Россия, e-mail: tov1989@yandex.ru

Oleg V. Tkachenko - Laboratory Assistant, Geography Faculty, Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, Moscow, 119991, Russia, e-mail: tov1989@yandex.ru

Поважный Василий Владимирович – старший научный сотрудник, отдел прикладных исследований, Южный научный центр РАН, пр. Чехова, 41, г. Ростов-на-Дону, 344006, Россия, e-mail: cornigerius@rambler.ru

Vasily V. Povazhny - Senior Researcher, Department of Applied Research, Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Chekhova Ave, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia, e-mail: cornigerius@rambler.ru

Герасюк Виктория Сергеевна – младший научный сотрудник, лаборатория информационных технологий и математического моделирования, Южный научный центр РАН, пр. Чехова, 41, г. Ростов-на-Дону, 344006, Россия, e-mail: gerasyuk.v@mail.ru

Viktoriya S. Gerasyuk - Junior Researcher. Laboratory of Information Technology and Mathematic Modelling, Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Chekhova Ave, 41, Rostov-on-Don, 344006, Russia, e-mail: gerasyuk.v@mail.ru

Рассмотрены результаты изучения сезонной динамики биогенного стока р. Дон в период с 2017 по 2018 г., а также его связь с концентрацией окрашенного растворенного органического вещества (оРОВ). Полученные данные были проанализированы совместно с аналогичными данными по основным европейским рекам России (Волга, Кубань, Нева). Сезонная динамика минеральных соединений азота и фосфора на замыкающем створе р. Дон имела вид кривой с максимумом в зимний период. Концентрация общих форм азота и фосфора при этом в течение года менялась слабо, концентрация оРОВ характеризовалась двумя пиками: слабовыраженным в апреле и максимальным за весь период наблюдений в сентябре. Учитывая стабильность соотношения оРОВ / валовые формы биогенных элементов для изученных рек были установлены их отношения, хорошо отражающие условия на водосборах. Кроме того, было проведено сравнение характеристик спектров поглощения оРОВ основных рек Европейского бассейна, в результате чего выявлены схожие характеристики оРОВ Невы и Волги, в то время как воды реки Дон характеризовались наименьшей абсолютной концентрацией оРОВ, а воды реки Кубани занимали промежуточное место.

Ключевые слова: биогенный сток, окрашенное растворенное органическое вещество, река Дон.

The paper present the results of the nutrients runoff seasonal dynamics study in the Don River in the period 2017-2018, as well as its relation to the concentration of the colored dissolved organic matter (CDOM). The obtained data were analyzed together with similar data on the main European rivers of Russia (Volga, Kuban, Neva). Seasonal dynamics of mineral compounds of nitrogen and phosphorus at the closing section of the Don River had a maximum in the winter. Total forms of nitrogen and phosphorus and the CDOM concentrations varied slightly during this year. The CDOM / total forms of nutrients-ratio for the studied rivers were established, this ratio well reflect the conditions in the rivers catchments. A comparison of the CDOM absorption spectra characteristics of the main European rivers shown that Neva and Volga have similar CDOM characteristics, while the Don River water was characterized by the lowest absolute concentration of the CDOM, and the Kuban River occupied an intermediate position.

Keywords: nutrients runoff, colored dissolved organic matter, the Don River.

* Исследование выполнено при поддержке проекта РФФИ 17-35-50160.

Введение

Сезонный ход и многолетние колебания речного стока биогенных элементов и тяжелых металлов в большой степени определяются процессами, происходящими на водосборе [1]. Для р. Дон, имеющей преимущественно снеговое питание, колебания основных параметров жидкого стока связаны с изменениями режима увлажненности в средней полосе России [2]. Интегральным показателем поступления растворенных соединений с водосбора в лесной и лесостепной зонах может служить концентрация окрашенного растворенного органического вещества (оРОВ). Простота определения данного показателя в воде по сравнению с концентрацией биогенных элементов и тяжелых металлов делает его перспективным для установления закономерностей колебаний основных гидрохимических показателей в водах р. Дон в период половодья и межени, а также в многолетнем аспекте. Крайне актуальной проблемой является также установление общих закономерностей связи оРОВ и основных гидрохимических параметров речных систем для различных климатических зон России.

Изучение оРОВ как трассера пресных вод и индикатора процессов на водосборе активно ведется в северных реках и морях России. Состав, оптические свойства и роль оРОВ (и его флуоресцирующей части) как индикатора распределения опресненных вод были детально описаны для экосистем Карского и Баренцева морей, а также моря Лаптевых [3].

При описании спектральных характеристик оРОВ в настоящий момент активно используется метод спектральных коэффициентов [3, 4]. Наряду с ним активно внедряются методы определения оРОВ по поглощению на одной длине волны, в особенности в ближнем ультрафиолетовом участке спектра, что позволяет эффективно калибровать дистанционные методы его определения [5].

Основные характеристики оРОВ в водоемах Юга России до настоящего момента были изучены слабо. Также недостаточно изученными являются вопросы сезонных колебаний концентрации оРОВ в речных и морских системах. Наряду с изменениями скорости вымывания оРОВ с водосбора в периоды сильного и слабого увлажнения причиной таких колебаний может быть процесс ледотаяния.

Целью настоящей работы являются установление связи между концентрацией оРОВ и основными компонентами стока биогенных элементов в водах р. Дон, а также сравнение полученных данных с результатами измерений, выполненных в речных системах основных климатических зон России.

Материалы и методы

В период с января 2017 г. по апрель 2018 г. в замыкающем створе р. Дон (протока Свиное Гирло и хут. Донской) на научно-экспедиционной базе Южного научного центра РАН (ЮНЦ РАН) «Кагальник» было выполнено 208 определений основных минеральных форм биогенных элементов (азот, фосфор, кремний) и 232 определения оРОВ. Дополнительно в общей сложности 50 определений указанных параметров было выполнено в среднем течении р. Дон (ст. Вёшенская), устьевой области р. Волги (протока Быстрая), низовьях р. Кубани (г. Славянск-на-Кубани) и р. Невы (г. Санкт-Петербург).

Основным методом оценки содержания оРОВ стал экспресс-метод измерения поглощения фильтрованной пробы на длине волны 375 ± 15 нм с использованием малогабаритного фотометра. В ходе предварительно выполненных измерений был установлен консервативный характер распределения значений поглощения фильтрованной пробы воды на указанной длине волны в зависимости от солености в Таганрогском заливе (обратная зависимость, аппроксимируемая прямой). Показания фотометра в дальнейшем были откалиброваны в абсолютных значениях (мг оРОВ/л) по результатам измерений РОВ, выполненных на CHN-анализаторе (Analytisc-Jena) с использованием пробы воды из р. Северная Двина, содержащей преимущественно оРОВ. Также определение спектров поглощения оРОВ проводилось на спектрофотометре Thermo Evolution с регистрацией спектра поглощения в области 240–800 нм. Всего было выполнено 8 определений спектров поглощения. При описании спектральных характеристик оРОВ был использован метод спектральных коэффициентов с использованием значений поглощения на длинах волн 254, 275, 295, 350, 400 нм в соответствии с ранее описанным подходом [3, 4].

Определение различных форм биогенных элементов в воде выполнялось с использованием пятиканального автоанализатора Scalar San⁺⁺ по стандартным методикам. Концентрация валовых форм азота и фосфора определялась после персульфатного окисления по Королеву – Вальдerrаме. В ходе выполнения исследований в качестве сопутствующих параметров определялись электропроводность воды, концентрация хлорофилла-А экстрактным флуориметрическим методом, а также концентрация общей взвеси фотометрически.

Результаты и обсуждение

Сезонная динамика минеральных форм биогенных элементов в замыкающем створе р. Дон имела

вид одновесной кривой с максимумом в зимний период. В середине апреля концентрация нитратов и фосфатов закономерно снижалась с нача-

лом весенне-летнего массового развития фитопланктона, что подтверждается данными по концентрации хлорофилла-А в течение года (рис. 1).

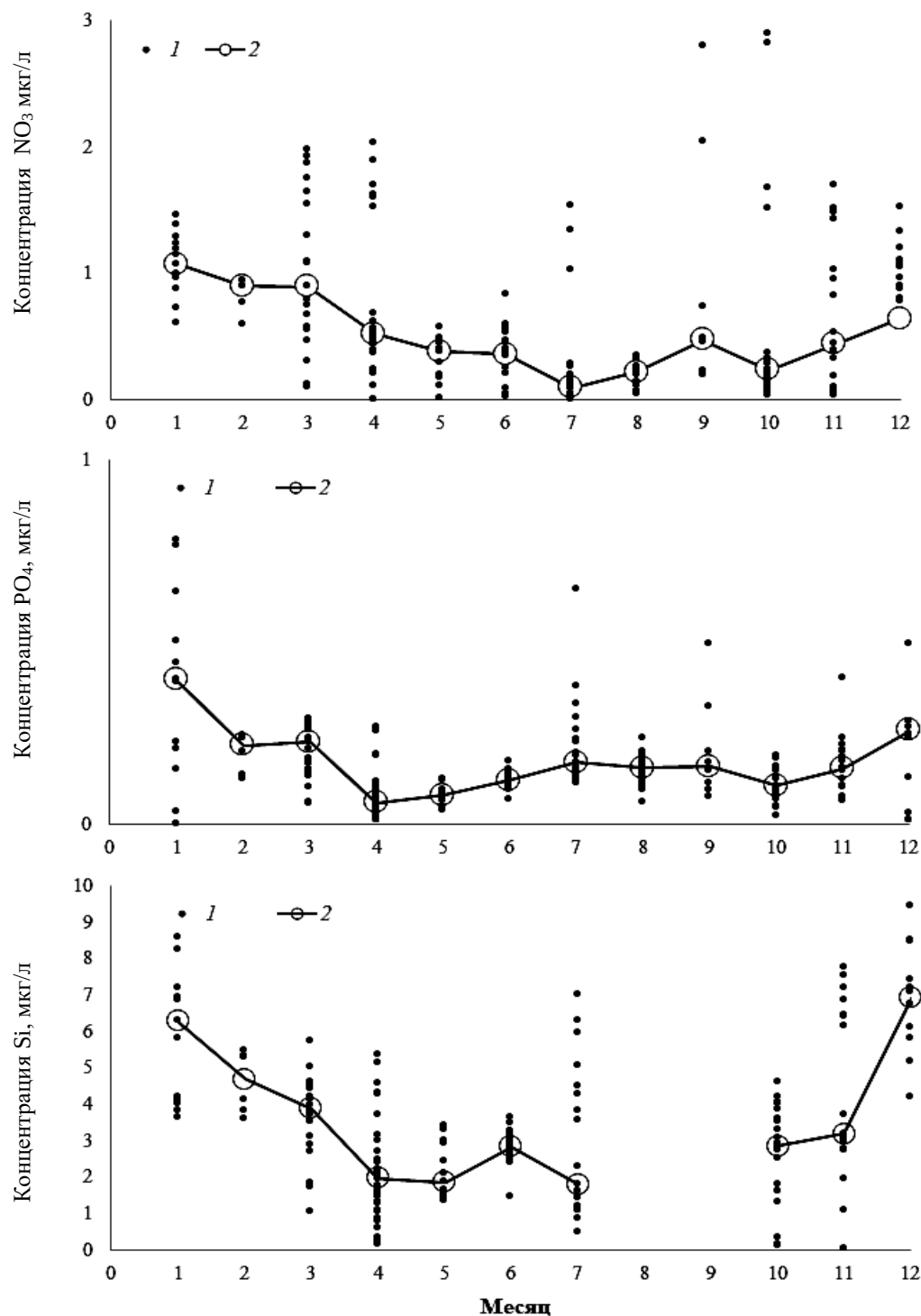


Рис. 1. Сезонная динамика концентрации нитрат-иона (мг N/л), фосфат-иона (мг P/л) и растворенного кремния (мг Si/л) в замыкающем створе р. Дон в период 01.2017–04.2018: 1 – разброс значений; 2 – средние значения / Fig. 1. Seasonal dynamics of nitrate ion concentration (mg N/l), phosphate ion (mg P/l) and dissolved silicon (mg Si/l) in the closing section of the Don River during the period 01.2017–04.2018: 1 - variance of values; 2 – mean values

Содержание растворенного кремния также было наибольшим в период минимальной жизнедеятельности фитопланктона, весной происходит резкое снижение за счет цветения диатомовых водорослей. Таким образом, можно сделать вывод о том, что речной сток является существенным, но не определяющим фактором в сезонной динамике минеральных форм биогенных элементов.

Сезонная динамика концентрации оРОВ по данным, полученным в 2017–2018 гг., характеризовалась двумя пиками: слабовыраженным в апреле и максимальным за весь период наблюдений в сентябре (рис. 2). Необходимо учесть также консервативный характер изменений концентрации общего РОВ в р. Дон по данным, полученным ранее.

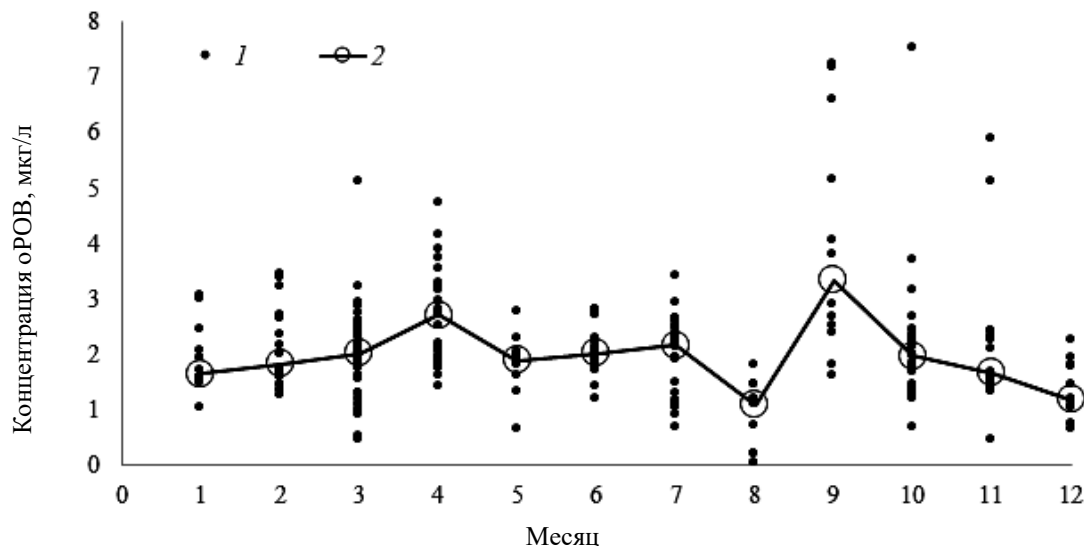


Рис. 2. Сезонная динамика концентрации оРОВ (мг С/л) по данным экспресс-измерений в замыкающем створе р. Дон в период 01.2017–04.2018: 1 – разброс значений; 2 – средние значения / Fig. 2. Seasonal dynamics of the concentration of OBR (mg C/l) according to rapid measurements in the closing section of the Don River during the period 01.2017–04.2018: 1 - variance of values; 2 – mean values

Отдельные измерения концентрации валовых форм азота и фосфора, выполненные в различные сезоны, продемонстрировали меньшую зависимость данных параметров от времени года и географического положения точки отбора проб, что позволило определить устойчивое соотношение оРОВ / валовый азот / валовый фосфор в водах р. Дон. Вместе с тем сравнение полученных отношений с аналогичными измерениями в других реках позволяет отметить специфический для каждого водоема характер полученных значений, обусловленный в первую очередь расположением основной части водосбора, антропогенной деятельностью и гидростроительством. Рассчитанное соотношение оРОВ / валовый азот / валовый фосфор для р. Дон составило 1,3:8, для р. Кубани – 2:6, для р. Волги – 6,6:6. Высокое соотношение оРОВ/N = 6,6, отмеченное в р. Волге, вероятно, связано с накоплением органических остатков. Соотношение N/P=8 для р. Дон является показателем наибольшего лимитирования по фосфору, в отличие от других рек.

Использование метода спектральных коэффициентов позволяет характеризовать общее содержание оРОВ, а также его «относительный возраст»

(степень деградации под воздействием УФ-излучения), определяемый по спектральному коэффициенту 275–295 нм.

Сравнение характеристик спектров поглощения оРОВ основных рек Европейского бассейна РФ (Нева, Волга, Дон, Кубань) (таблица) выявило схожие характеристики оРОВ Невы и Волги (абсолютная концентрация, «относительный возраст»), что, вероятно, определяется схожим географическим положением водосборов рек, а также сравнительно долгим пребыванием РОВ под воздействием солнечного УФ-излучения («возрастом»).

Промежуточное значение с точки зрения абсолютной концентрации и «возраста» занимает оРОВ р. Кубани, водосбор которой в значительной степени располагается в лесной зоне Кавказа. Воды р. Дон как в среднем течении (ст. Вёшенская), так и в нижнем (замыкающий створ) характеризовались наименьшей абсолютной концентрацией оРОВ (поглощение на длине волны 254 нм) и его «возрастом» (спектральный угол наклона 275–295 нм). Объяснением этому может служить географическое расположение основного водосбора р. Дон в лесостепной зоне, не способствующее «старению» оРОВ на водосборе.

**Характеристика спектров поглощения оРОВ основных рек Европейского бассейна РФ (Нева, Волга, Дон, Кубань) /
Characteristics of the absorption spectra of the main rivers of the European basin of the Russian Federation
(Neva, Volga, Don, Kuban)**

Река	Дата	A254	A375	S275–295	S350–400	S _R	a ₂₅₄
Дон (ст. Вёшенская)	19.02.2018	0,6538	0,0670	0,0070	0,0014	5,0	30,1
Дон (ст. Вёшенская)	08.03.2018	0,5756	0,0575	0,0063	0,0013	4,8	26,5
Дон (ст. Вёшенская)	20.03.2018	0,6384	0,0667	0,0070	0,0014	5,1	29,4
Дон (хут. Донской)	05.04.2018	0,6764	0,0602	0,0084	0,0013	6,6	31,2
Дон (прот. Свиное Гирло)	05.04.2018	0,7086	0,0699	0,0086	0,0014	6,0	32,6
Кубань (г. Славянск-на-Кубани)	30.08.2017	0,9500	0,0537	0,0111	0,0011	9,9	43,8
Волга (прот. Быстрая)	14.05.2018	1,4855	0,2041	0,0164	0,0039	4,2	68,4
Нева (г. Санкт-Петербург)	20.02.2018	1,5039	0,2282	0,0174	0,0041	4,2	69,3

Примечание. S – спектральный угол наклона; а – коэффициент поглощения; S_R – отношение спектральных углов наклона.

Заключение

Полученные результаты изучения связи сезонной динамики биогенного стока р. Дон с концентрацией окрашенного РОВ в период с 2017 по 2018 г. позволяют сделать выводы о том, что поведение общих форм азота и фосфора, а также оРОВ в течение года имело консервативный характер. Абсолютные значения валового азота и фосфора довольно слабо изменялись в зависимости от сезона, в отличие от минеральной части биогенных элементов. Установление соотношения оРОВ / валовые формы биогенных элементов для изученных рек хорошо охарактеризовало существующие условия на водосборах.

Авторы выражают благодарность к.б.н. с.н.с. ЮНЦ РАН А.Ю. Ребриеву, а также инженеру ЮНЦ РАН А.Ю. Москвитину за помощь в отборе проб.

Литература

1. Lampert W., Sommer U. *Limnoecology: the ecology of lakes and streams*. Oxford : Oxford University Press, 2007.
2. Бабкин В.И. Многолетние колебания стока Волги, Оки, Дона, Днепра и методы его прогноза // Известия РАН. Серия геогр. 2008. № 3. С. 92 – 98.
3. Пугач С.П., Пипко И.И., Семилетов И.П., Сергиенко В.И. Оптические характеристики растворенного окрашенного органического вещества на Восточно-Сибирском шельфе // Докл. Академии наук. 2015. Т. 465, № 5. С. 608–608.

4. Fichot C.G., Benner R. A novel method to estimate DOC concentrations from CDOM absorption coefficients in coastal waters // *Geophysical Research Letters*. 2011. Т. 38, № 3.

5. Kutser T., Person D.C., Kallio R., Reinart A., Sobek S. Mapping lake CDOM by satellite remote sensing // *Remote Sensing of Environment*. 2005. Т. 94, № 4. P. 535–540.

References

1. Lampert W., Sommer U. *Limnoecology: the ecology of lakes and streams*. Oxford: Oxford University Press, 2007.
2. Babkin V.I. Mnogoletnie kolebaniya stoka Volgi, Oki, Dona, Dnepra i metody ego prognoza [Multi-year fluctuations of the flow of the Volga, Oka, Don, Dnieper and methods of its prediction]. *Izvestiya RAN. Seriya geogr.* 2008, No. 3, pp. 92-98.
3. Pugach S.P., Pipko I.I., Semiletov I.P., Sergienko V.I. Opticheskie kharakteristiki rastvorenogo okrashennogo organicheskogo veshchestva na Vostochno-Sibirskom shel'fe [Optical characteristics of dissolved colored organic matter on the East Siberian shelf]. *Dokl. Akademii nauk*. 2015, vol. 465, No. 5, pp. 608-608.
4. Fichot C.G., Benner R. A novel method to estimate DOC concentrations from CDOM absorption coefficients in coastal waters. *Geophysical Research Letters*. 2011, vol. 38, No. 3.
5. Kutser T., Person D.C., Kallio R., Reinart A., Sobek S. Mapping lake CDOM by satellite remote sensing. *Remote Sensing of Environment*. 2005, vol. 94, No. 4, pp. 535-540.

Поступила в редакцию / Received

25 июня 2018 г. / June 25, 2018

УДК 552.55+553.57

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-112-119

ЛИТОГЕНЕЗ ПАЛЕОЦЕНОВО-ЭОЦЕНОВЫХ ТОЛЩ СИНАЙСКОГО ПОЛУОСТРОВА (ЕГИПЕТ)

© 2018 г. А.Э. Харди́ков¹, О.Р. Эльшахат²

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²Университет Аль-Азхар, г. Каир, Египет

LITHOGENESIS OF THE PALEOCENE-EOCENE SEQUENCE IN SOUTHERN SINAI, EGYPT

A.E. Khardikov¹, O.R. El-Shahat²

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

²Al Azhar University, Cairo, Egypt

Харди́ков Александр Эдуардович – доктор геолого-минералогических наук, профессор, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: khardikov@sfedu.ru

Alexander E. Khardikov - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: khardikov@sfedu.ru

Эльшахат Абусеммана Осама Рамзи – кандидат геолого-минералогических наук, доцент, Университет Аль-Азхар, г. Каир, Египет.

Osama R. El-Shahat - Candidate of Geology and Mineralogy, Associate Professor, Al Azhar University, Al Mokhayt Al Daem, 1, Cairo, Egypt.

Отложения свит Эсна сланцев (палеоцен – нижний эоцен), Фив (нижний эоцен – низы среднего эоцена) и Самалут (средний эоцен) Синайского полуострова сформировались в бассейнах седиментации в результате совместного отложения терригенного, биогенного, хемогенного и вулканогенного материала. Образование свит Эсна сланцев и Фив происходило на шельфе открытого морского бассейна. Во время формирования свиты Эсна сланцев наблюдалось колебание уровня бассейна осадконакопления. Накопление отложений свиты Самалут осуществлялось в прибрежно-мелководной обстановке, а также в условиях мелководного шельфа. В строении изученных толщ принимают участие 16 литотипов, к становлению которых привел комплекс диагенетических и катагенетических процессов: уплотнение, цементация, дегидратация, перекристаллизация, образование цеолитов, ожелезнение, окремнение, доломитизация. Результаты литолого-фациального анализа определили возможность отнести бедные солями и магнием цеолитсодержащие кремнистые глины и кремнистые аргиллиты свиты Эсна сланцев, микритовые известняки, пелитовые спаритово-фораминиферовые известняки, спаритово-водорослево-фораминиферовые известняки, спаритовые известняки свиты Фив, а также нуммулитовые биомикритовые известняки свиты Самалут к перспективным для оценки в качестве сырья при получении высококачественных строительных материалов, огнеупоров и мелиорантов.

Ключевые слова: Синайский полуостров, свита Эсна сланцев, свита Фив, свита Самалут, палеоцен, эоцен, литогенез, диагенез, катагенез.

This work deals with the detailed study of the rock-stratigraphy, petrography. Mineralogy and depositional environments of the Paleocene-Eocene sequence in Hammam Faraun area which lies in the northeastern part of the Suez rift, between latitudes 28° 45' and 29° 14' N and longitudes 32° 57' and 33° 25' E. The lithostratigraphic study of the Paleocene-Eocene sequence in the study area allowed no differentiate it into three rock units arranged chronologically into Esna Shale, Thebes, Samalut. The Esna Shale (30-60 m) has conformable relationship and gradational contacts with underlying Sudr Chalk and the overlying Thebes formation. It is consisting of grey to green, kidney shape, semi-compact shale. It is interbedded with light grey, compact limestone beds (3 m thick). Foraminiferal biomicrite, ferruginous foraminiferal biomicrite and microcrystalline quartz chert microfacies association were recorded in the carbonate part of the Esna Shale. The Thebes formation (160-170 m) conformably overlies the Esna Shale with gradational contact, and is conformably overlain by Samalut formation. It consisting of chalky limestone, whitish grey to grey and yellowish white, bedded, argillaceous, moderately compact, with disconnected chert bands and lenses, black indurate, the chert runs parallel to bedding planes. Dolomitic limestone beds, nodular characterized the middle part of this formation. The top part of the Thebes formation is consisting of yellowish white, hard

limestone. Foraminiferal biomicrite, biomicrite, pel-algae foraminiferal biomicrite, pel-foraminiferal biosparite, pel-foraminiferal biomicrite, foraminiferal biomicrite, microcrystalline quartz chert, foraminiferal-pelbiomicrosparite, pel-algae foraminiferal biosparite, ferruginous foraminiferal biomicrite, microsparite and dolomitized sparite are the main microfacies associations reported in the limestone of the Thebes formation. The Samalut formation (75-80 m) conformably follows the Thebes formation with gradational contact. It is consisting of whitish yellow to yellow and light brown to brownish yellow, shale and yellowish white to yellow, compact limestone followed upward by yellowish white, dolomitic limestone. Ferruginous foraminiferal biomicrite, sparrymicrite and micrite are the main microfacies associations reported in the limestone of the Samalut formation. The results of the lithostratigraphical, petrographical, mineralogical studies carried out on the studied Paleocene-Eocene sequence of the investigated area reflect that, the Esna Shale was deposited in a neritic marine environment with sea level oscillation during regressive phase. Thebes formation indicated deposition under deeper part of the neritic zone of open marine environment. Samalut formation reflects deposition in the outer neritic zone of the marine environment characterized by quiet and clear water with normal salinity.

Keywords: Southern Sinai, Esna Shale formation, Thebes formation, Samalut formation, Paleocene, Eocene, lithogenesis, diagenesis, catagenesis.

Разработка минеральных ресурсов – одна из основных статей дохода экономики Египта, на территории которого распространены полезные ископаемые, связанные с магматическими, метаморфическими и осадочными комплексами. Широким развитием пользуются разновозрастные (от палеозоя до кайнозоя) карбонатные, глинистые, кремнистые и смешанные породы (хлидолиты). Они приурочены к отложениям свит Миниа, Друнка, Дауи, Судр, Тараван, Дахла сланцев, Эсна сланцев, Фив и Самалут, выходят на дневную поверхность в Западной пустыне, в долине реки Нил, на Синайском полуострове, а также в отдельных районах Восточной пустыни. Карбонатные, глинистые и кремнистые породы долины р. Нил известны и разрабатываются с глубокой древности по настоящее время. Минерагенический потенциал аналогичных отложений Синайского полуострова до сих пор не оценен. При этом проводились разрозненные минералого-петрографические и геохимические исследования палеоценово-эоценовых толщ для установления их пригодности для использования в промышленности и сельском хозяйстве.

Целью исследования является изучение состава, геологического строения и условий образования свит Эсна сланцев, Фив и Самалут Синайского щита для оценки их минерагенического потенциала. Продолжение работ по созданию сырьевой базы неметаллических полезных ископаемых на основе палеоценовых и эоценовых пород Синайского полуострова требует детального изучения их литолого-фациальных особенностей и типизации обстановок, в которых происходило образование толщ, пригодных для практического использования. Таким образом, литолого-фациальный анализ становится инструментом, позволяющим прогнозировать условия образования, закономерности размещения и качество полезных ископаемых, которые вмещают изучаемые комплексы отложений.

Рассматривать литолого-фациальные особенности и условия образования отложений свиты Эсна

сланцев, Фив и Самалут необходимо в контексте литостратиграфии и истории геологического развития Северной Африки и Юго-Западной Азии [1–8]. Изучаемые толщи были детально описаны и опробованы в девяти разрезах (рис. 1).

Свита Эсна сланцев (палеоцен-нижний эоцен) представляет собой разнообразно окрашенную слоистую, весьма трещиноватую глинистую толщу с прослоями известняка и кремня. Характерно колебание мощности (30–60 м) при постепенном уменьшении ее к юго-западной части исследуемой области (рис. 2). Такой характер изменения мощности может быть объяснен характером рельефа дна бассейна осадконакопления, сформированного благодаря возможным тектоническим поднятиям в конце палеоцена.

Наличие в составе свиты прослоев известняка показывает, что осадконакопление происходило в неритической морской обстановке в условиях колебаний уровня моря. Глинистые фораминиферовые биомикритовые известняки и аргиллиты указывают на наличие глубоководных зон в бассейне осадконакопления. Высокая степень сохранности раковин фораминифер в микритовом матриксе свидетельствует о том, что формирование отложений происходило в спокойной чистой воде нормальной солености. Наличие спарита и водорослей в известняках объясняется осадконакоплением в близповерхностных частях неритической зоны с активной гидродинамикой, способствующей формированию кристаллически-зернистого кальцита. Свита Эсна сланцев содержит многочисленные скелетные остатки планктонных фораминифер хорошей сохранности, что указывает на осадконакопление во внутренней части открытого морского бассейна с низкой гидродинамической активностью. Это можно предположить исходя из: а) обилия микрита; б) наличия обломочных зерен кварца алевритовой размерности; в) высокой степени сохранности скелетных остатков фораминифер. Переслаивание карбонатных и крем-

нисто-глинистых отложений возникло в результате схода карбонатных мутьевых потоков в область накопления силицитов.

Формирование отложений свиты Эсна сланцев происходило на фоне перераспределения областей размыва и седиментации. Вследствие мощной трансгрессии исследуемая территория была затоплена. Здесь в условиях мелководного шельфа накапливались карбонатно-терригенно-кремнисто-пелитовые осадки, содержащие в своем составе значительное количество пирокластического материала. Морской бассейн в раннепалеоценовое время представлял собой часть обширного моря с нормальной океанической соленостью, глубиной 150–200 м и среднегодовой температурой воды 19,5–21 °С.

Свита Фив (нижний эоцен – низы среднего эоцена) встречается на всей территории Синайско-

го полуострова, представлена толщей глинистых фораминиферовых известняков с прослоями и конкрециями кремня, имеет мощность 160–170 м (рис. 3).

Во время формирования свиты Фив морской бассейн занимал всю исследуемую территорию и был достаточно однородным. В условиях глубоководного шельфа на фоне быстрой трансгрессии накапливались глинисто-карбонатные осадки. Увеличение значения окислительно-восстановительного потенциала и концентрация органического вещества в отложениях свиты Фив произошли в результате бескислородных условий осадконакопления, а также сокращения притока терригенного материала особенно в верхней части свиты. Максимум этих параметров соответствует максимальному уровню стояния моря.

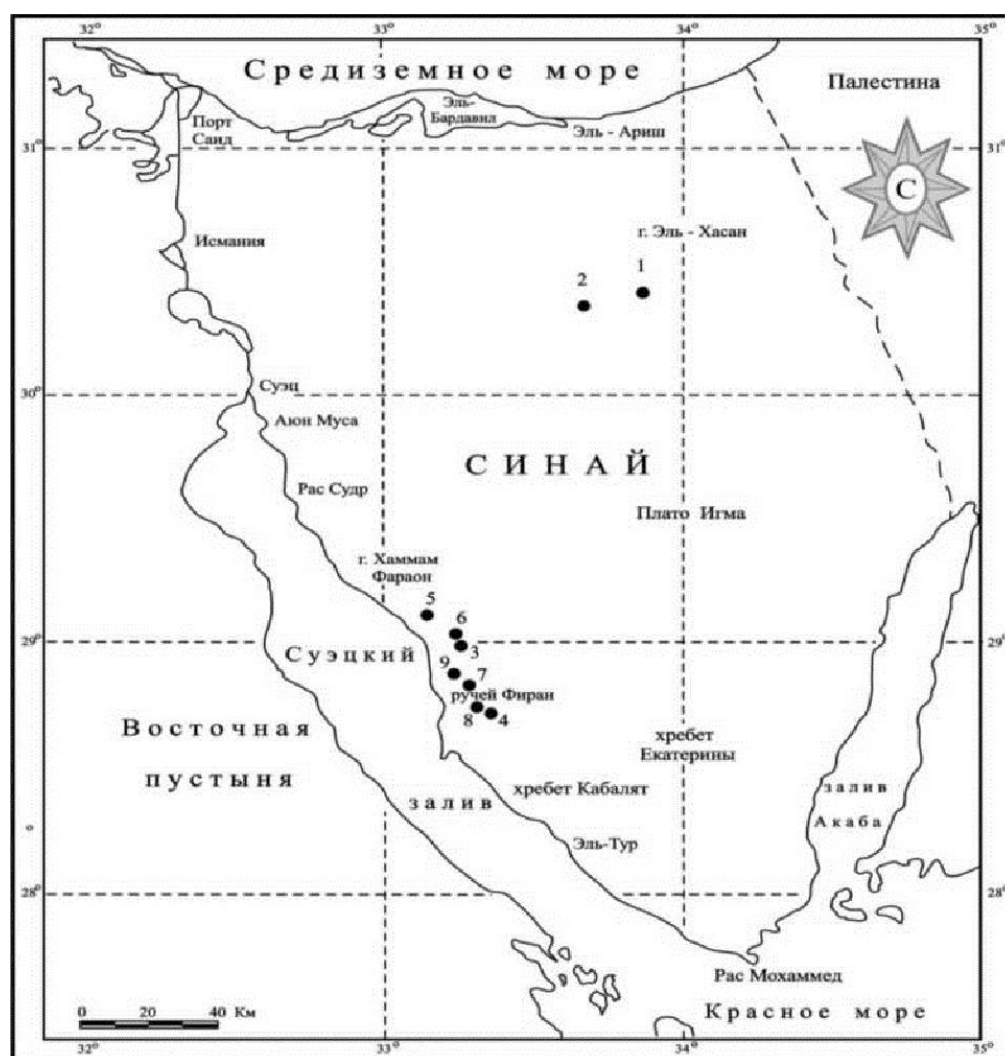


Рис. 1. Схема расположения изученных разрезов: 1 – хребет Эль-Хасан; 2 – ручей Ум Иктева; 3 – хребет Северный Эль-Марха; 4 – хребет Кабалат; 5 – ручей Саль; 6 – ручей Матала; 7 – ручей Низзизат; 8 – ручей Фиран; 9 – ручей Микатаб / Fig. 1. The scheme of location of the studied sections: 1 - the ridge El-Hasan; 2 - stream Um Ikteva; 3 - ridge North El-Marha; 4 - ridge Kabalat; 5 - stream Sal; 6 - stream Matala; 7 - stream Nizzizat; 8 - stream Firan; 9 - stream Mikatab

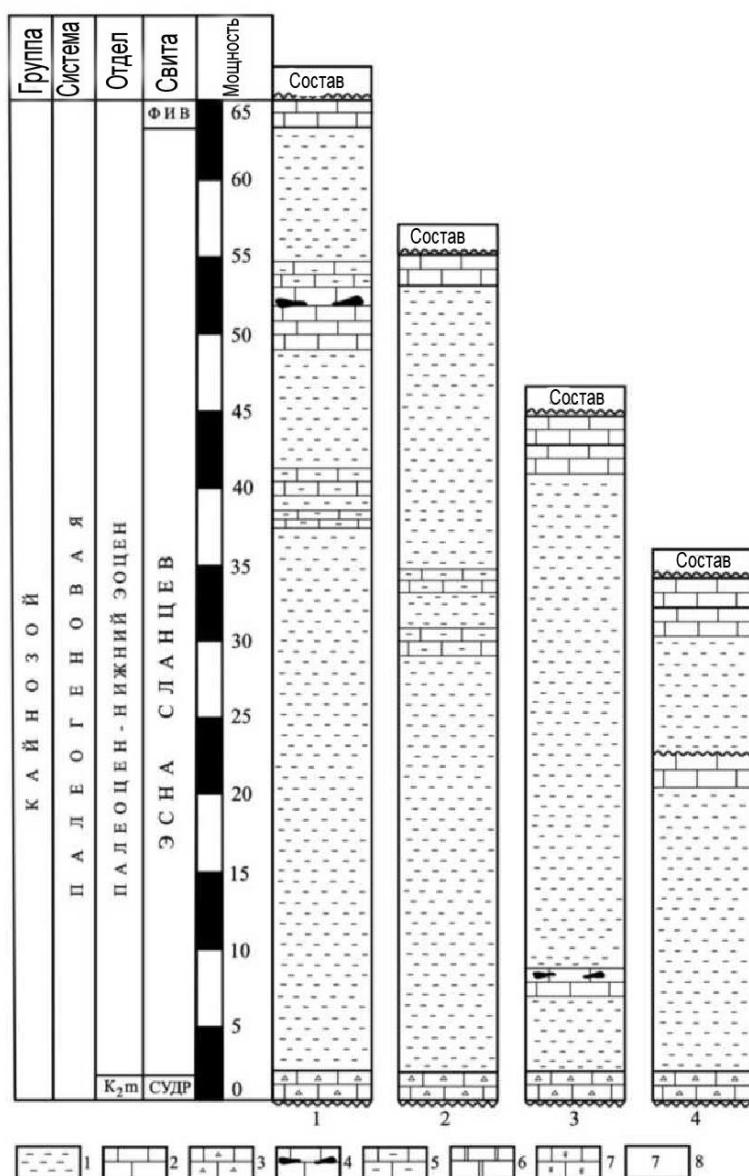


Рис. 2. Разрезы отложений свиты Эсна сланцев. Породы, составляющие свиты Эсна сланцев, Фив и Самалут: 1 – аргиллит и глина; 2 – известняк; 3 – мел; 4 – известняк с прослоями и конкрециями кремня; 5 – известняк пелитовый и глинистый; 6 – известняк доломитизированный; 7 – известняк нумулитовый; 8 – номера изученных разрезов (рис. 1) / Fig. 2. Sections of sediments of the Esna Shale suite. Rocks composing the formations of Esna Shale, Thebes and Samalut: 1 - mudstone and clay; 2 - limestone; 3 - chalk; 4 - limestone with layers and concretions of flint; 5 - limestone pelite and clay; 6 - dolomitized limestone; 7 - limestone numulite; 8 - numbers of the studied sections (fig. 1)

Наличие узловатого известняка в средней части свиты Фив говорит об обмелении морского бассейна во время накопления этих отложений. Присутствие микроспарита и его разновидностей показывает наличие в бассейне мелководных частей неритической зоны. Многочисленные фрагменты осколков раковин в микритовом матриксе указывают на среду мутьевых потоков. Прослои кремней, описанные в

свите Фив, образовались вследствие высокой концентрации в толще карбонатного осадка скелетных остатков диатомей и радиолярий. Присутствие в отложениях многочисленных хорошо сохранившихся раковин фораминифер говорит о том, что морской бассейн был открытым и имел низкий окислительный потенциал. Наличие богатых MgO известняков отражает осадконакопление в мелководной теплой морской лагуне. Совместное нахождение в фораминиферных биомикритовых известняках раковин фораминифер и микритового матрикса может указывать на осаждение в неритической зоне с довольно слабым непродолжительным течением вдали от источника терригенного материала. При этом осадок подвергался перекристаллизации, что уничтожило его седиментационную текстуру и привело к образованию прослоев кристаллически-зернистого известняка. Раковины фораминифер сохраняют оригинальные скелетные формы, что говорит об их инситуальном происхождении.

Диагенез карбонатов происходил в подводной и надводной средах. На подводное преобразование указывают отсутствие минеральных изменений, формирование микритовой оболочки скелетных остатков, образование глинистых коллоидов и доломитизация микрита. Субаэральный диагенез происходил, когда осадки были выведены на поверхность. Субаэральная среда включает в себя как вадозную (выше уровня поверхности воды), так и грунтовую (ниже поверхности воды) среды. Соленость воды, участвующей в этих процессах, могла быть от нормально морской до нулевой. Доказательствами субаэрального диагенеза служат наличие интенсивной цементации, аутигенное минералообразование и доломитизация спарита в изученных карбонатах.

Бассейн осадконакопления во время формирования свиты Фив на исследуемой территории характеризовался низкой гидродинамической активностью. Это можно предположить исходя из: а) обилия микрита; б) наличия обломочных зерен кварца алевритовой размерности; в) высокой степени сохранности скелетных остатков фораминифер. Наличие микритового кальцита, оолитов и доминирование бентосных фораминифер

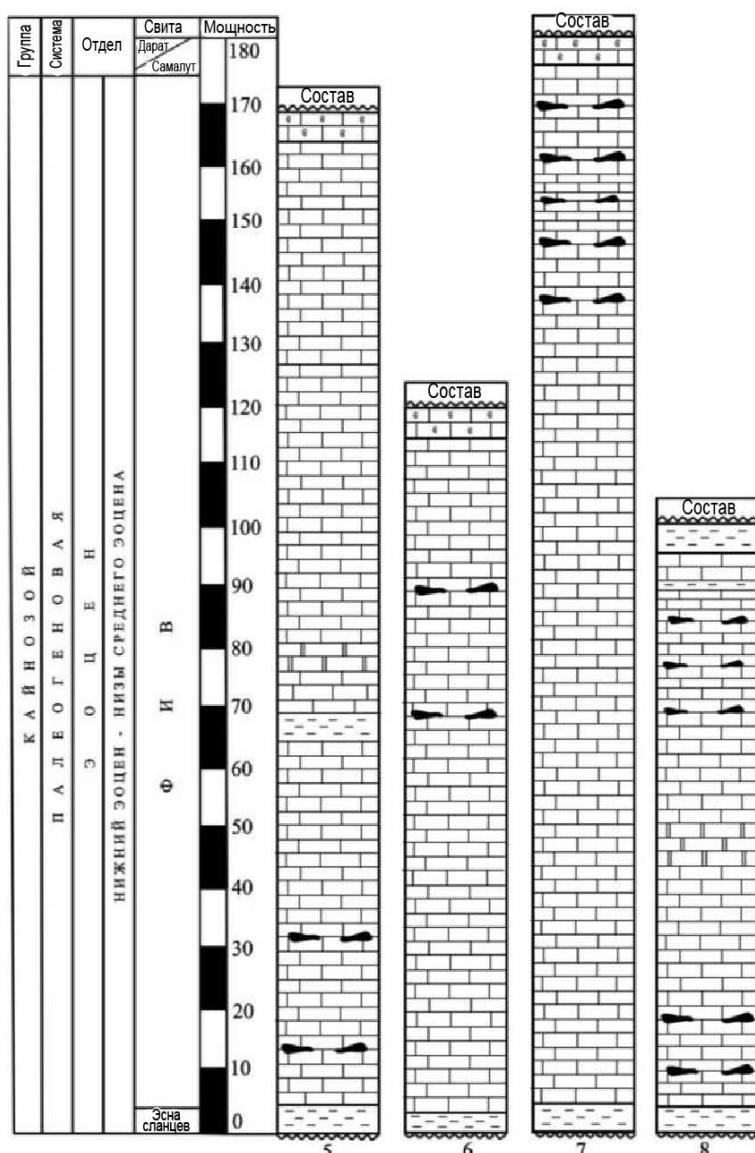


Рис. 3. Разрезы отложений свиты Фив
/ Fig. 3. Sections of sediments of the Thebes suite

объясняются тем, что осадконакопление происходило в теплой морской воде. Именно в этих условиях могло быть достигнуто выпадение в осадок такого большого количества карбоната кальция. Исходя из обилия органических остатков и большого количества карбонатного материала в составе изучаемых комплексов, был сделан вывод, что в период формирования карбонатных отложений освещенность бассейна седиментации была хорошая.

Свита Самалут (средний эоцен) сложена толсто-слоистыми известняками, в большом количестве содержащими *Nummulites gizehensis*. Мощность толщи – 75–80 м (рис. 4).

Многочисленность скелетных остатков придонных фораминифер (нуммулитов) указывает на осаджение в мелководной морской среде на внутреннем

шельфе. Обилие раковинного детрита и шлама, а также его видовое разнообразие в породах указывают на активную гидродинамику в седиментационном бассейне, а многочисленные пятна оксидов железа говорят о высоком окислительном потенциале среды. Такие условия могли существовать в прибрежно-мелководной зоне или на мелководном шельфе.

Одной из наиболее сложных проблем в изучении карбонатных, глинистых и смешанных образований являются диагенез и катагенез, поскольку на этих стадиях в большей степени проявляется физико-химическое различие карбонатного, глинистого, терригенного и вулканогенного материала. Диагенез и катагенез играют важную роль в изменении оригинальных текстурных и структурных характеристик изученных пород.

Исследуемые отложения испытали уплотнение, цементацию, микритизацию, аутигенное минералообразование (доломитизация, окремнение, образование цеолитов), ожелезнение, перекристаллизацию и перераспределение вещества [9–15].

Уплотнение приводило к незначительным механическим и химическим изменениям осадка. В результате снижалась его первичная межзерновая и межкристаллитная пористость. В некоторых случаях уплотнение приводило к разрушению слоя осадка и его раннедиагенетической цементации. Перекристаллизация и доломитизация известняков ретушировали слоистую текстуру. В ходе диагенеза скелетные остатки деструктурировались.

Цементация играла важную роль в диагенезе изученных пород. Она проходила на ранней стадии и связана с выщелачиванием вещества поровыми водами. В изученных породах цементирующее вещество представляет собой кристаллически-зернистый кальцит, который заполняет поры и полости, а также образуется на поверхности кристаллов и скелетных остатков. Встречается цемент с низким и высоким содержанием магния.

Микритизация – это процесс, в результате которого органические остатки или крупные кристаллы кальцита изменялись или уничтожались, преобразуясь в однородные участки случайно ориентированного микрита. Раковины фораминифер восприимчивы к микритизации. На их примере

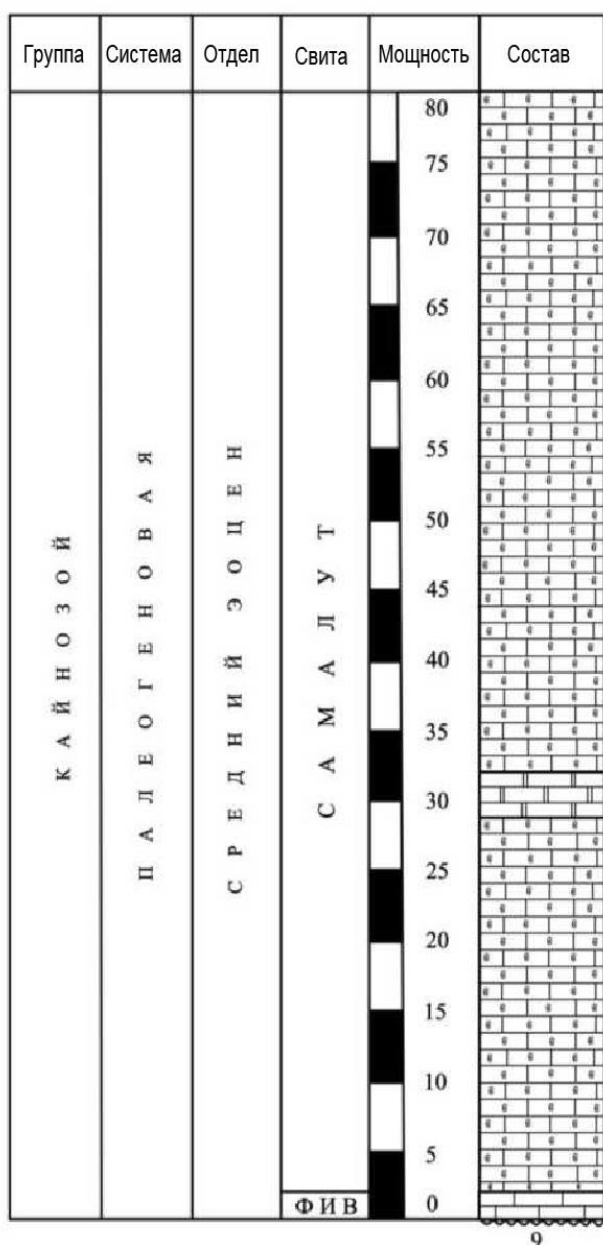


Рис. 4. Разрезы отложений свиты Самалут /
Fig. 4. Sections of sediments of the Samalut suite

можно проследить все этапы этого процесса. Размер скелетных остатков, подвергшихся микритизации, обычно соответствует их первоначальному облику. Края раковинных осколков становятся микритовыми.

Доломитизация играла умеренную роль в ходе диагенеза изучаемых отложений. Магний, необходимый для доломитизации, вероятно, поступал из вышележащей толщи глин путем выщелачивания. Доломитизация происходила при диагенезе проницаемых известковых осадков. Самыми распространенными типами раннедиагенетических доломитов считаются эвапоритовые, морские и доломиты

смешанных вод. Накопление доломитовых осадков происходило в прибрежной зоне, в условиях повышенной хлорности воды, возникающей за счет привноса этого элемента с суши. В исследованных карбонатных породах доломитизация произошла после осаждения и цементации. Она выражена в образовании разномасштабных кристаллов разнообразной формы с нечеткими границами. В результате известняк был частично или полностью замещен ромбоэдрическими кристаллами доломита.

Процессы окремнения привели к формированию кремневых конкреций (до 10 см в диаметре), прослоев и линз. Они имеют резко выраженные контакты с окружающей породой, равномерно и беспорядочно распределены в карбонатных отложениях свиты Фив. Окремнение указывает на преобладание в осадке аморфного кремнезема (опала) и халцедона. Когда количество диоксида кремния было относительно низким, он осаждался в виде маленьких шариков либо узелков. Накопление микрита при этом происходило относительно быстро. Наличие скелетных остатков в кремнях указывает на относительно высокую энергию осаждения. Бедный видовой состав объясняется низкой степенью устойчивости скелетов к воздействию турбулентных потоков придонных масс воды на перемешивание осадка. Присутствие микрокристаллического кальцита в кремнях показывает, что активность окружающей среды была низкой либо умеренной. Образование кремневых конкреций происходило на стадии перераспределения вещества в условиях низкой концентрации SiO_2 за короткий промежуток времени. Конкреции и прослои кремней, залегающие параллельно поверхности напластования вмещающих толщ, формировались в раннем диагенезе одновременно с осаждением карбонатного материала и доломитизацией осадка. Органическое происхождение кремнезема в толще представляется очевидным в связи с отсутствием других возможных источников.

Образование цеолитов. Исходным материалом для образования цеолитов служили биогенный кремнезем, гели алюмосиликатов и кристаллиты глинистых минералов. Источником биогенного кремнезема были организмы с опаловым скелетом (диатомовые водоросли, радиолярии, кремнистые губки и др.). Алюмосиликатные гели и кристаллиты глинистых минералов поступали с суши. Катионы при образовании цеолитов извлекались из морской воды, заполняющей поровое пространство осадка и имеющей диффузионную связь с наддонными водами.

Ожелезнение. Частичное замещение карбонатов оксидом железа является общей чертой, характеризующей свиту Фив. Тонкодисперсные агрегаты

оксидов железа окрашивают матрикс и форменные элементы породы. Их наличие отражает процесс окисления, происходивший во влажных и засушливых условиях в результате осаждения оксида железа из поровых вод.

Термины «перекристаллизация» и «перераспределение вещества» были использованы для отображения процессов, которые вызывают изменение размера зерен и кристаллов. Речь идет об увеличении, а иногда и уменьшении размера без изменения химического состава, за исключением изменений концентрации изотопов и микроэлементов. Перекристаллизация известняков происходит при катагенезе и метagenезе. Ее причиной является стремление вещества к уменьшению поверхностной энергии, что достигается при возрастании размера зерен. На перекристаллизацию и растворимость карбонатных пород большое влияние оказывали примеси глинистого, кремнистого и органического вещества. Они создавали вокруг карбонатных зёрен непроницаемую коллоидальную плёнку и тем самым не только замедляли процессы растворения и перекристаллизации, но и запечатывали на ранних этапах литогенеза имеющиеся в породах пустоты и трещины. Процесс происходил в осадках в результате кристаллической реорганизации в связи с увеличением литостатического давления и преобразования кристаллической решетки в результате старения вещества. Преобразование микрита в микроспарит и формирование кристаллически-зернистого кальцита, связаны с потерей MgO, которая осуществлялась посредством захвата магния глинистыми минералами, либо в ходе адсорбции этого компонента глинистым веществом. Благодаря этому микритовый кальцит свободно преобразовывался в микроспарит. Микрит восприимчив к диагенетическим изменениям. Он заменяет грубые мозаики микроспарита путем постепенного аутигенного минералообразования, находящегося в обратной зависимости от интенсивности растворения арагонита. Первичный арагонитовый или кальцитовый микрит преобразовывался в спарит на стадии раннего диагенеза. Этот процесс ускорялся при поступлении метеорной воды в зону диагенеза. Одновременно с этим происходило заполнение спаритом внутренних камер и стенок скелетных остатков.

Таким образом, установлено, что отложения свит Эсна сланцев, Фив и Самалут Синайского щита сформировались в бассейнах седиментации в результате совместного отложения терригенного, биогенного, хемогенного и вулканогенного материала. Образование свит Эсна сланцев и Фив происходило на шельфе открытого морского бассейна, а накопление отложений свиты Самалут осуществлялось в прибрежно-мелководной обстановке, а

также в условиях мелководного шельфа. К возникновению литотипов, участвующих в строении толщ, привели процессы уплотнения, цементации, дегидратации, перекристаллизации, аутигенного минералообразования, ожелезнения, окремнения, доломитизации. Широкое площадное распространение и однородность состава определили возможность отнести цеолитсодержащие кремнистые глины и кремнистые аргиллиты свиты Эсна сланцев, известняки свиты Фив, а также нуммулитовые биомикритовые известняки свиты Самалут к перспективным для использования в качестве сырья при получении высококачественных строительных материалов, огнеупоров и мелиорантов.

Литература

1. El-Deeb W.Z.M., Faris M., Mandur M. Upper Cretaceous-Lower Paleogene Foraminiferal paleoecology of North and Southwest Sinai areas, Egypt // Egypt J. Petrol. 2000. Vol. 9. P. 105–122.
2. El-Heiny I., Enani N., Morsi, S. Stratigraphic evaluation of Eocene rock in west-central Sinai, Egypt E. G. P. C. // 10th Explor. Conf. Cairo, 1990. 22 p.
3. Hader S.A. Lenticulina ennakhal n. sp. (Benthic foraminiferal) from the Paleocene-Early Eocene succession of Abu Zenima section, Westcentral Sinai, Egypt (Misr) // J. of Al-Azhar University-Gaza (ICBAS Sp. Iss.). 2010. Vol. 12. P. 19–22.
4. Geological map of Egypt. 1994.
5. Kerdany M., Cherif O. Mesozoic // Said R. The geology of Egypt. Balkema; Rotterdam, 1990. P. 407–438.
6. Kora M. An introduction to the stratigraphy of Egypt. Geology Dept. Mansoura Univ., 1995. 116 p.
7. Moustafa A.R., Khalil M.H. North Sinai structures and tectonic evolution // M.E.R.C. Ain Shams Univ. Cairo. Earth Sci. Ser. 3. 1989. P. 215–231.
8. Said R. The Geology of Egypt. Amsterdam, New York: Elsevier, 1962. 377 p.
9. Бондарева О.С., Эльшахат О.Р. Минералогическо-петрографические и геохимические особенности палеоценово-эоценовых цеолитсодержащих пород Синайского полуострова (Египет) // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2018. № 1. С. 61–67.
10. Эльшахат О.Р. Особенности вещественного состава палеоцен-эоценовых секвенций юго-западной части Синай (Египет) // Геология, география и глобальная энергия. 2011. № 4. С. 38–45.
11. Эльшахат О.Р. Состав и условия образования нуммулитового известняка свиты Самалут юго-западного Синай (Египет) // Геология, география и глобальная энергия. 2011. № 4. С. 80–84.
12. Эльшахат О.Р. Минерогенетический потенциал свиты Фив юго-западного Синай, Египет // Концептуальные проблемы литологических исследований в России : материалы 6-го Всерос. литол. совещания

(Казань, 26–30 сентября 2011 г.). Казань, 2011. С. 508–511.

13. Эльшахат О.Р. Особенности минерального состава палеоценовых отложений юго-западной части Синай, Египет // Концептуальные проблемы литологических исследований в России : материалы 6-го Всерос. литол. совещания (Казань, 26–30 сентября 2011 г.). Казань, 2011. С. 512–514.

14. Эльшахат О.Р., Хардигов А.Э. Минералогические и термобарогеохимические особенности палеоценово-эоценовых кремней юга Русской платформы и альпийского складчатого пояса Тетис // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2012. № 2. С. 111–115.

15. Awad M.H., Sharaf-Eldin A.A., El-Shahat O.R. Petrography and depositional environment of the Paleocene-Eocene sequence in Hammam Faraun, southern Sinai, Egypt // Australian J. of Basic and Appl. Sciences. 2010. Vol. 4 (7). P. 1597–1625, 2010.

References

1. El-Deeb W.Z.M., Faris M., Mandur M. Upper Cretaceous-Lower Paleogene Foraminiferal paleoecology of North and Southwest Sinai areas, Egypt. *Egypt J. Petrol.* 2000, vol. 9, pp. 105-122.
2. El-Heiny I., Enani N., Morsi, S. Stratigraphic evaluation of Eocene rock in west-central Sinai, Egypt E. G. P. C. *10th Explor. Conf.* Cairo, 1990, 22 p.
3. Hader S.A. Lenticulina ennakhali n. sp. (Benthic foraminiferal) from the Paleocene-Early Eocene succession of Abu Zenima section, Westcentral Sinai, Egypt (Misr). *J. of Al-Azhar University-Gaza* (ICBAS Sp. Iss.). 2010, vol. 12, pp. 19-22.
4. *Geological map of Egypt*. 1994.
5. Kerdany M., Cherif O. Mesozoic. Said R. *The geology of Egypt*. Balkema; Rotterdam, 1990, pp. 407-438.
6. Kora M. *An introduction to the stratigraphy of Egypt*. Geology Dept. Mansoura Univ., 1995, 116 p.
7. Moustafa A.R., Khalil M.H. North Sinai structures and tectonic evolution. *M.E.R.C. Ain Shams Univ. Cairo. Earth Sci. Ser.* 3. 1989, pp. 215-231.
8. Said R. *The Geology of Egypt*. Amsterdam, New York: Elsevier, 1962, 377 p.

9. Bondareva O.S., El'shakhat O.R. Mineralogopetrograficheskie i geokhimicheskie osobennosti paleotsenovo-eotsenovykh tseolitsoderzhashchikh porod Sinaiskogo poluostrova (Egipet) [Mineralogical-petrographic and geochemical features of Paleocene-Eocene zeolite-containing rocks of the Sinai Peninsula (Egypt)]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2018, No. 1, pp. 61-67.

10. El'shakhat O.R. Osobennosti veshchestvennogo sostava paleotsen-eotsenovykh sekventsii yugo-zapadnoi chasti Sinaya (Egipet) [Features of the material Paleocene-Eocene composition of sequences of the South-Western Sinai (Egypt)]. *Geologiya, geografiya i global'naya energiya.* 2011, No. 4, pp. 38-45.

11. El'shakhat O.R. Sostav i usloviya obrazovaniya nummulitovogo izvestnyaka svity Samalut yugo-zapadnogo Sinaya (Egipet) [Composition and conditions of formation of nummulite limestone of Samalut suite of South-Western Sinai (Egypt)]. *Geologiya, geografiya i global'naya energiya.* 2011, No. 4, pp. 80-84.

12. El'shakhat O.R. [Mineragenic potential of the suite of Thebes of the southwest Sinai, Egypt]. *Kontseptual'nye problemy litologicheskikh issledovaniy v Rossii* [Conceptual problems of lithological research in Russia]. Materials of the 6th All-Russian Litol. Meetings (Kazan, September 26-30, 2011). Kazan, 2011, pp. 508-511.

13. El'shakhat O.R. [Peculiarities of mineral composition of the sediments of the South-Western part of the Paleocene of Sinai, Egypt]. *Kontseptual'nye problemy litologicheskikh issledovaniy v Rossii* [Conceptual problems of lithological research in Russia]. Materials of the 6th All-Russian Litol. Meetings (Kazan, September 26-30, 2011). Kazan, 2011, pp. 512-514.

14. El'shakhat O.R., Khardikov A.E. Mineralogicheskie i termobarogeoхимические особенности палеоценово-эоценовых кремней юга Русской платформы и альпийского складчатого пояса Тетис [Mineralogical and thermobarogeochemical features of Paleocene-Eocene silicas of the South of the Russian platform and Alpine folded belt Tethys]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2012, No. 2, pp. 111-115.

15. Awad M.H., Sharaf-Eldin A.A., El-Shahat O.R. Petrography and depositional environment of the Paleocene-Eocene sequence in Hammam Faraun, southern Sinai, Egypt. *Australian J. of Basic and Appl. Sciences.* 2010, vol. 4 (7), pp. 1597-1625, 2010.

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

BIOLOGICAL SCIENCES

УДК 631/95

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-120-125

ПОВЫШЕНИЕ РЕСУРСНОГО ПОТЕНЦИАЛА ХОЗЯЙСТВА ПУТЕМ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ОХОТХОЗЯЙСТВЕННЫХ И БИОТЕХНИЧЕСКИХ МЕРОПРИЯТИЙ В КУНДРЮЧЕНСКОМ ОХОТХОЗЯЙСТВЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ

© 2018 г. В.А. Миноранский^{1, 2}, В.И. Даньков², В.Н. Иванченко², Ю.В. Малиновская²

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²Ассоциация «Живая природа степи», Ростов-на-Дону, Россия

INCREASE OF RESOURCES BY INTENSIFICATION OF HUNTING AND BIOTECHNICAL ACTIVITIES IN THE KUNDRYUCHIYA HUNTING FARM OF THE ROSTOV REGION

V.A. Minoranskiy^{1, 2}, V.I. Dankov², V.N. Ivanchenko², Yu.V. Malinovskaya²

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

² Association «The Wild Nature of the Steppe», Rostov-on-Don, Russia

Миноранский Виктор Аркадьевич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, кафедра зоологии, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов н/Д, 344090; заместитель председателя по науке, ассоциация «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов н/Д, 344011, Россия, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Victor A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Zoology Department, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Deputy Head for Science, Association «The Wild Nature of the Steppe», Telmana St., 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Даньков Василий Иванович – председатель, ассоциация «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов н/Д, 344011, Россия, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Vasily I. Dankov - Head, Association «The Wild Nature of the Steppe», Telmana St., 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Иванченко Владимир Николаевич – научный сотрудник, ассоциация «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов н/Д, 344011, Россия, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Vladimir N. Ivanchenko - Researcher, Association «The Wild Nature of the Steppe», Telmana St., 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Малиновская Юлия Валерьевна – научный сотрудник, ассоциация «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов н/Д, 344011, Россия, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Yulia V. Malinovskaya - Researcher, Association «The Wild Nature of the Steppe», Telmana St. 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Приводятся материалы по животному миру Кундрюченского охотничьего хозяйства Ростовской области, которое во второй половине XX в. было одним из лучших в СССР охотничьих хозяйств, в 1999–2005 гг. – государственным охотничьим заказником и с 2006 г. – охотничьей структурой государственно-частного партнерства. Прослеживаются изменения в видовом составе и численности охотничьих животных с 60-х гг. XX в. до настоящего времени.

ни. Использование прошлого эффективного опыта ведения охотничьего хозяйства, привлечение к работе ученых и квалифицированных специалистов, адаптация к современным социальным, экономическим и другим условиям положительно повлияли на биоресурсы. Несмотря на сокращение территории охотничьего хозяйства, более чем вдвое возросло количество пятнистого оленя, европейской косули, европейского байбака, бобра и ряда других охотничьих животных. В целом, обогатилось биоразнообразие, включая редкие и исчезающие виды животных. Кундрюченское охотничье хозяйство в настоящее время является одним из успешных на Донской земле хозяйств.

Ключевые слова: Ростовская область, Кундрюченское охотничье хозяйство, история, состав и численность животных, государственно-частное партнерство, успешное хозяйство.

The article contains materials about the animals of Kundryuchiya hunting farm, located in the Rostov region, which was one of the best hunting farms in the USSR in the second half of the 20th century. Kundryuchiya hunting farm was a hunting reserve from 1999 to 2005, and since 2006 has become a hunting farm of public-private partnership. The article notes changes in the species composition and numbers since the 60s of the 20th century until now. The use of past efficient experience in the management of hunting facilities, the involvement of highly qualified scientists and specialists in the work, adaptation to modern social, economic and other conditions allow to improve biodiversity. Despite the reduction of the territory of the hunting economy, the amount of axis deer, European roe deer, steppe marmot, beaver and a number of other hunting animals has increased by more than two. In general, biodiversity has been enriched, including rare and endangered species. Kundryuchiya hunting farm is now one of the successful farms on the Donland.

Keywords: Rostov region, Kundryuchiya hunting farm, history, composition and number of animals, public-private partnership, successful farm.

Введение

Социальные, экономические и другие изменения в стране, произошедшие в 80–90-е гг. XX в. – первые десятилетия XXI в., оказали определенное, в ряде случаев негативное, влияние на биологические ресурсы. Данная ситуация заставляет адаптировать к современным условиям элементы сформировавшейся в прошлом системы охраны природы и природопользования, ведения охотничьего хозяйства, разрабатывать новые подходы к сохранению и использованию биоресурсов. В XXI в. в Ростовской области (далее РО) появился ряд успешных в охране биоресурсов структур, в том числе и на основе государственно-частного партнерства (ГЧП). К ним относится Кундрюченское охотхозяйство ООО «Агросоюз “Донской”», курируемое ассоциацией «Живая природа степи» (Ассоциация).

Место и методы работы

Кундрюченское охотничье хозяйство находится в центральной части РО на землях Усть-Донецкого района и включает большой песчаный массив (Кундрюченские пески). Он отличается уникальностью ландшафтных особенностей (сухие развееваемые крупнобугристые пески, волнистые песчаные степи, влажные песчаные луга, болота, озера). В его флоре сохранились представители своеобразной постплейстоценовой растительности, отмечены многие редкие, реликтовые виды растений, в частности северные виды орхидей, букашник горный,

северные осоки [1]. В понижениях имеются березовые, осиновые и местами дубовые колки. Встречаются заболоченные ольховые леса, нередко осоковые редколесья. Во второй половине XX в. широкое распространение получили сосновые лесопосадки. В пойме Северского Донца – луга, болота, озера, массивы старых пойменных лесов (в основном дубняков), участки с влажными осокорниками, сухим редколесьем, заболоченными ольшаниками.

В прошлом в этом районе находилось Нижнекундрюченское опытно-показательное охотничье хозяйство с площадью 75,0 тыс. га. С 1972 г. до середины 1980-х гг. его возглавлял известный зоолог и энтузиаст охраны природы на Дону Б.А. Нечаев. После его ухода ситуация в хозяйстве резко ухудшилась, и в целях сохранения охотресурсов в 1999 г. на 27,1 тыс. га создали Нижнекундрюченский охотничий заказник, который вошел в систему особо охраняемых природных территорий (ООПТ) РО. В 2006 г. этот заказник был ликвидирован и на его территории на площади 27,1 тыс. га создали Кундрюченское охотхозяйство ООО «Агросоюз “Донской”».

Материалом для настоящей работы послужили данные, собранные авторами на рассматриваемой территории с 70-х гг. XX в. до настоящего времени. В XX – XXI вв. биоразнообразие Нижнекундрюченского опытно-показательного охотничьего хозяйства РОООиР, Нижнекундрюченского охотничьего заказника обследовалось во время периодических экспедиций сотрудниками кафедры зоологии РГУ. Использованы опубликованные данные по этому хозяйству [2–6]. В XXI в. один из авторов

статьи занимал должность замдиректора департамента по охране и рациональному использованию объектов животного мира и водных биологических ресурсов РО, а с 2014 г. – директора Кундрюченского охотхозяйства ООО «Агросоюз “Донской”» (В.Н. Иванченко). Он постоянно курирует вопросы сохранения охотничьих животных на рассматриваемой территории. Остальные сотрудники ассоциации 3–5 раз в год обследуют территорию хозяйства. Авторами проанализирована вся имеющаяся документация, включая журналы наблюдений, за все время существования охотничьего хозяйства. Учет численности животных, их содержание и использование и т.д. здесь проводятся в соответствии с рекомендациями, принятыми в охотоведении.

Результаты

На территории Кундрюченского хозяйства ООО «Агросоюз “Донской”» в прошлом располагалось Нижнекундрюченское опытно-показательное охотничье хозяйство РОООиР. В период работы Б.А. Нечаева охотхозяйство было одним из лучших в стране и в РО по охране и воспроизводству ценных видов охотничьих животных. С 1964 по 1975 г. количество зайца-русака (*Lepus europaeus* Pall.) здесь возросло с 800 до 9230 особей (ос.), фазана (*Phasianus colchicus* L.) – с 155 до 6750, серой куропатки (*Perdix perdix* L.) – с 300 до 4560 ос. [2]. Летом 1977 г. в хозяйстве обитали 42 ос. пятнистого оленя (*Cervus nippon* Temm.), 50 – лося (*Alces alces* L.), 87 – косули (*Capreolus capreolus* L.), 200 – кабана (*Sus scrofa* L.), 100 – лисицы (*Vulpes vulpes* L.), 30 – енотовидной собаки (*Nyctereutes procyonoides* Gray), 40 – каменной куницы (*Martes foina* Erxl.), 8130 – зайца-русака, 250 – кролика (*Oryctolagus cuniculus* L.), 58 – европейского байбака (*Marmota bobak* Müll.), 4015 – фазана, 2016 – серой куропатки, 1500 – перепела (*Coturnix coturnix* L.), 3450 – кряквы (*Anas platyrhynchos* L.), 4000 – вяхиря (*Columba palumbus* L.) и обыкновенной горлицы (*Streptopelia turtur* L.), 26 – стрепета (*Otis tetrax* L.). В 70–80-е гг. здесь размножались лебедь-шипун – *Cygnus cygnus* L. (1 гнездо), огарь – *Tadorna ferruginea* Pall. (2–6), чирок-трескунок – *Anas querquedula* L. (2–4), кряква, широконоска – *Anas clypeata* L. (мало), стрепет, авдотка – *Burhinus oedicnemus* L. бекас – *Gallinago gallinago* L. (ед.), барсук – *Meles meles* L., степной – *Mustela eversmanni* Les. и лесной – *M. putorius* L., хорьки, норка европейская – *M. lutreola* L., горностай – *M. ermine* L. Велись работы по одомашниванию дрофы – *Otis tarda* L. и стрепета [2].

Успешное воспроизводство ряда ценных животных позволяло их расселять и снабжать охот-

хозяйства страны маточным поголовьем. За 8 лет было переселено в другие регионы 7415 фазанов, с 1967 по 1976 г. – 12 811 зайцев [2]. Их расселили в 16 областях, краях, республиках. Воспроизводство и расселение сделали это охотничье хозяйство рентабельным.

Уход Б.А. Нечаева и ряда специалистов из хозяйства, последовавшие в 80–90-е гг. XX в. – первое десятилетие XXI в. социальные, экономические и иные изменения в стране негативно повлияли на охрану, восстановление и устойчивое использование биоресурсов, в том числе и охотничьих животных. Для сохранения биоразнообразия создали Нижнекундрюченский охотничий заказник, вошедший в систему ООПТ РО. В 2001–2004 гг. здесь гнездились лебедь-шипун (2 гнезда), огарь (20–30), кряква (50–80), чирок-трескунок (8–12), красноголовый нырок – *Aythya ferina* L. (10–20), бекас (3–5), авдотка (3–4), вяхирь (70–100), горлица (120–150), перепел (220–230 ос.); обитали волк – *Canis lupus* L., лисица (30 ос.), енотовидная собака (обычна), барсук (редок), лесная куница – *Martes martes* L. (редко), степной хорек, европейская норка, перевязка – *Vormela peregusna* Güld. (ед.), кабан, лось (7–10), пятнистый олень, косуля, заяц-русак, белка – *Sciurus vulgaris* L. (ед.), европейский байбак (мало-числен), бобр – *Castor fiber* L. (ед.), ондатра – *Ondatra zibethica* L. (малочисленна) [6]. Благодаря принятым мерам снижение численности копытных и других ресурсных животных замедлилось, но не прекратилось. В эти годы природоохранное законодательство обросло нормативно-правовыми дополнениями и поправками, в ряде случаев имевшими противоречивый, ущербный для охраны биоразнообразия характер. Не хватало квалифицированных специалистов и средств на биотехнические мероприятия, процветало браконьерство. В 2005 г. 23 из 27 заказников были переданы охотпользователям, потеряли статус ООПТ. От охотпользователей для успешного ведения охотничьего хозяйства потребовались финансовые средства, решение ряда организационных и других вопросов. Многие из них оказались неготовыми к этому, что привело к обеднению биоресурсов.

На территории Нижнекундрюченского заказника в 2006 г. создали Кундрюченское охотхозяйство ООО «Агросоюз “Донской”». При поддержке ассоциации «Живая природа степи» для работы привлекли специалистов, выбрали команду инспекторов, приобрели сельскохозяйственную технику и транспорт. В охотхозяйстве числятся 38 человек (директор, 3 охотоведа, 3 старших егеря, 14 егерей, 4 охотничьих инспектора, 13 прочих работников). Действующее штатное расписание позволяет в полной мере осуществлять его комплексную дея-

тельность. Охотхозяйство работает в тесном контакте с наукой и в значительной мере адаптировано к современным условиям. Аспиранты и студенты, сотрудники ЮФУ и других вузов собирают здесь материал для курсовых проектов, магистерских и кандидатских диссертаций. Учеными и специалистами проведено подробное описание хозяйства и составлен проект внутривоспроизводительного охотустройства. Необходимое внимание уделяется охране живой природы и борьбе с браконьерством.

В охотхозяйстве выполняется комплекс биотехнических мероприятий. Имеется около 500 га кормовых полей с зерновыми культурами и сеянными травами. Часть полей не убирается и оставляется на корню для зимней подкормки животных. На другой части поддерживается севооборот, который позволяет животным использовать корм круглый год. Кормушки для копытных приурочены к 20 комплексным подкормочным площадкам, включающим ясельные кормушки для сена, корыта для сыпучих кормов и солонцы. Выкладка кормов для копытных животных производится с корректировкой сезонных норм. Расширение сроков подкормки и увеличение количества корма диктуются необходимостью отвлечения животных от повреждения лесных насаждений и снижения потерь посевов сельскохозяйственных культур. Период подкормки в охотхозяйстве для оленя пятнистого, косули, зайца составляет 240 дней. Выкладка кормов: в 2014 г. – 120 т, в 2015 г. – 163, в 2016 г. – 542, в 2017 г. – 230 т. Солонцы поддерживаются круглогодично. Для полувольного содержания животных в хозяйстве имеются вольерные комплексы для обитания марала площадью 97 га, пятнистого оленя – 57, европейской лани (*Cervus dama* L.) – 25, европейской косули – 15, комплексный для содержания европейского оленя, муфлона (*Ovis musimon* Pall.) и лани – 300 га.

В соответствии с проектом внутривоспроизводительного охотустройства на основе принятых для охотничьих хозяйств методик работы ежегодно выполняются учет и регулирование численности животных. Первый аэровизуальный учет копытных провели зимой 2006/2007 гг. Одним из факторов, способных неблагоприятно влиять на количество ряда видов животных, являются хищники. В охотхозяйстве к ним относятся волк и шакал (*Canis aureus* L.). Уже в зиму 2006/2007 гг. при аэровизуальном учете животных было добыто 6 волков. Подобные мероприятия применялись и в дальнейшем. В результате использования разрешений по регулированию численности охотничьих ресурсов сотрудниками охотхозяйства в 2014 г. было добыто 2 волка, в 2015 г. – 1 волк, в 2017 г. – 13 шакалов.

Периодически для улучшения генетического разнообразия животных и обогащения биоресурсов в других хозяйствах приобретаются различные животные (в 2006 г. завезено 50 кабанов из Смоленской обл., в 2007 г. – 300 фазанов из Александровского участка РГООХ и 64 европейского байбака из Чертковского р-на РО, в 2014 г. – 100 ос. европейской лани из Тверской обл., 50 пятнистых оленей из Благовещенского р-на Алтайского края, в 2017 г. – 10 европейских оленей из Миллеровского р-на РО). Все эти мероприятия положительно отражаются на биоразнообразии территории, в том числе и биоресурсах, что можно проследить на ряде ценных видов.

Пятнистый олень завезен в охотхозяйство в 1975 г. (55 ос.). В 1976 г. его численность была 38, в 1977 г. – 42, в 1978 г. – 52, в 1987 г. – 100 экз. В следующее десятилетие поголовье оленей сократилось, и к 1999 г. в заказнике оказалось 56 ос., в 2003 г. – 59. В охотхозяйстве ООО «Агросоюз “Донской”» количество оленей возросло: в 2006 г. их было 60 экз., в 2007 г. – 80, в 2008 г. – 120, в 2011–2014 гг. – по 150 ос., в 2017 г. – 190, в 2018 г. – 200. В этом хозяйстве держится самая крупная группировка особей данного вида, обитающих в РО (в 2017 г. – 514 экз.).

Кабан зашел в охотхозяйство в начале 70-х гг. XX в. В 1977 г. здесь обитали 200 ос. Хозяйство специализировалось на разведении фазана и зайца; рост количества кабанов, разоряющих весной гнезда фазанов и других птиц на земле, остановили. В 1987 г. их поголовье составило 120 ос., что соответствовало расчетному оптимуму (125). Однако к 1998 г. оно упало до 74 ос. В 1999 г. в заказнике было 43 кабана, в 2003 г. – 56, а в 2004 г. – 44, в 2006 г. – 80, в 2007 г. – 90, в 2008 – 120. Негативно на поголовье кабана повлияло появление африканской чумы свиней (АЧС). В 2009 г. в Константиновском р-не РО среди домашних свиней выявили 9 эпизоотических очагов АЧС (у диких кабанов африканская чума не отмечена). В 2010 г. в Кундрюченском охотхозяйстве погибли от АЧС 86 кабанов, а остальные были ликвидированы. Выдержав карантин, хозяйство завело кабанов, содержащихся в вольерах (в 2014 г. – 10 ос.). Численность кабана восстановилась к 2016 г. (57), но к 2017 г. её опять сократили (до 10 ос.) в связи с регистрацией очагов АЧС в соседних регионах.

Европейская косуля обитает в охотхозяйстве с начала 70-х гг. XX в. В 1976–1978 гг. её численность была 80–87 ос., в 1987 г. – 60, к моменту создания заказника в 1999 г. – 23, в 2003 г. – 15, в 2004 г. – 9 ос. В охотхозяйстве её поголовье в 2006 г. составило 20, в 2007 г. – 30, в 2008 г. – 40, в 2011 г. – 40,

в 2014 г. – 65, в 2017 и в 2018 гг. – 102 ос. Количество заяца-русака в охотхозяйстве и заказнике: 1977 г. – 8130, 1987 г. – 4500, 2001–2004 гг. – 160–170 ос. В хозяйстве «Агросоюза» его численность возросла и составила в 2006 г. 240, в 2007 г. – 260, в 2008 г. – 291, в 2014 г. – 458, в 2017 г. – 421, в 2018 г. – 431 ос.

Северокавказский фазан в охотхозяйстве выпущен в 1966 (155 ос.) и 1967 гг. (283). Он, как и заяц, был основным объектом специализации хозяйства. В 1975 г. было 6750 этих птиц, но к 1987 г. их количество упало до 910, к 2001 г. – 160, к 2004 г. – 130 ос. В охотхозяйстве «Агросоюза» произошел рост числа фазанов: в 2006 г. их было 248 пар, в 2007 г. – 226, в 2014 г. – 233, в 2017–2018 гг. – 598 ос. Серая куропатка в 1965–1974 гг. в охотхозяйстве обитала в количестве 625–4450, в 1977 г. – 2016 ос. В 80–90-е гг. численность ее резко упала; в 2004 г. – 220–230, в 2006 г. – 100, в 2007 г. – 120, в 2014 г. – 375, в 2017 г. – 501, в 2018 г. – 511 ос.

Количество животных в охотхозяйстве в 2017 г. составляло: лося – 2, европейского оленя – 60, барсука – 48, европейского байбака – 357, лисицы – 60, енотовидной собаки – 26, кряквы – 165, лысухи – 70, серой вороны – 84, перепела – 1122, вяхиря – 1226, обыкновенной горлицы – 700, волка – 8, шакала – 26 ос. На территории охотничьего хозяйства отмечены такие представители фауны, как каменная куница, белка, бобр, чирок-трескунок, чирок-свистунок (*Anas crecca* L.), бекас, дупель (*Gallinago media* Lath.), гаршнеп (*Lymnocyptes minima* Brün.), вальдшнеп (*Scolopax rusticola* L.), широконоска, шилохвость (*Anas acuta* L.), красноголовый и красноносый (*Netta rufina* Pall.) нырки. Гнездятся обыкновенный канюк (*Buteo buteo* L.), черный коршун (*Milvus korschun* Gmel.), обыкновенная пустельга (*Falco tinnunculus* L.) и многие другие. В 2018 г. здесь отмечались огарь, кряква, чирок, красноголовый нырок, вяхирь, обыкновенная горлица, перепел, лисица, енотовидная собака, барсук, каменная и лесная куницы, норка, байбак, белка, бобр, ондатра и многие иные животные.

Охотхозяйство «Кундрюченское» передает выращенных в вольерных комплексах особей в другие хозяйства субъектов РФ. Так, в 2014 г. было реализовано 25 ос. марала, 10 – пятнистого оленя; в 2016 г. – 6 ос. лани, 10 – марала, 10 – муфлона; в 2017 г. – 10 ос. лани, 46 – европейского оленя. Ежегодно в установленные законодательством РФ сроки охоты в хозяйстве ведется добыча некоторых охотничьих видов (согласно правилам охоты). В 2016 г. добыча составила: 32 ос. пятнистого оленя, 7 – косули, 39 – кабана, 1 – барсука, 5 – лисицы, 27 – зайца, 4 – фазана, 31 – куропатки, 83 – перепела, 3 – вяхиря, 9 – обыкновенной горлицы. В 2017 г. пятнистого оленя

добыто 34 ос., косули – 8, барсука – 1, куропатки – 66, лисиц – 248, зайца – 83, фазана – 24, енотовидной собаки – 27, перепела – 62, вяхиря – 23, обыкновенной горлицы – 5 ос.

Сохранение и восстановление охотничьих ресурсов невозможны без сохранения всего комплекса природных условий территории. Охотхозяйство является резерватом многих полезных организмов, включая лекарственные, пищевые и кормовые растения, почвообразователей (дождевых червей, кивсяков и т.д.), опылителей (пчел, шмелей и др.), энтомофагов (хищных стафилинид и жуужелиц, паразитических наездников, двукрылых и т.д.), многих других. Расселяясь отсюда на соседние антропогенные участки, они увеличивают на них долю и роль полезных организмов. В охотхозяйстве обитают многие редкие виды, включенные в Красные книги РО и РФ, в том числе желтобрюхий (*Hierophis caspius* Gmel.) и узорчатый (*Elaphe dione* Pall.) полозы, степная гадюка (*Vipera renardi* Christoph), орлан-белохвост (*Haliaeetus albicilla* L.), филин (*Bubo bubo* L.), перевязка, степной хорек и др.

Пожары и выгорание растительности – очень негативные факторы для живой природы Дона. В охотхозяйствах существует система противопожарных мероприятий (обучение сотрудников, оборудование и т.д.), благодаря которой пожары здесь обычно предотвращаются. За время существования хозяйства произошел только один пожар – в августе 2017 г. Он полыхал около 4 сут, охватил от 5 до 8 тыс. га охотугодий, из них 2/3 лесопокрытой площади. Была отмечена откочевка с территории хозяйства пятнистого оленя, косули, кабана. Крупные погибшие животные не обнаружены. Осенью 2017 г. и весной 2018 г. при поддержке администрации РО и р-на на сгоревшей территории сотрудники хозяйства и население провели восстановительные работы. Часть копытных осенью и зимой вернулась в хозяйство. Основные потери от миграции понесла популяция европейской косули.

Заключение

Создание в XXI в. на землях Нижнекундрюченского заказника охотничьей структуры ГЧП – Кундрюченского охотхозяйства ООО «Агросоюз “Донской”» положительно повлияло на биоресурсы. Достаточное финансирование, использование опыта ведения охотхозяйств, привлечение специалистов и ученых, адаптация к современным экономическим и другим условиям позволили организовать успешное охотхозяйство. Несмотря на сокращение территории более чем вдвое по сравнению с охотхозяйством XX в., в охотхозяйстве ООО «Агросоюз “Донской”» численность ряда видов (пят-

нистого оленя, косули, байбака, бобра, барсука) значительно выросла. Сформирована устойчивая вольно живущая популяция лани. Деятельность охотхозяйства положительно отражается на всем биоразнообразии.

Увеличение состава и численности ряда ценных видов, сохранение всего биоразнообразия в последнее десятилетие имеют место и в некоторых других охотхозяйствах РО («Аргмак-Р», Ростовское ГООХ и др.), где выполняются разработанные учеными ГНУ ВНИИОЗ, Вятской ГСХА, ЮФУ рекомендации по ведению охотничьего хозяйства [7, 8].

Литература

1. Зозулин Г.М. Сохраним растительный мир Донской земли // Природа донского края. Ростов н/Д.: Рост. книжн. изд-во, 1978. С. 85–95.
2. Нечаев Б.А. Чтобы охотиться, надо заботиться // Природа донского края. Ростов н/Д.: Рост. книжн. изд-во, 1978. С. 171–182.
3. Белик В.П. Авифауна Нижнекундрюченского песчаного массива и его окрестностей // Инвентаризация, мониторинг и охрана КОТР. М.: СОПР, 1999. С. 15–37.
4. Миноранский В.А., Демина О.Н. Особо охраняемые природные территории Ростовской области. Ростов н/Д.: ЦВВР, 2002. 372 с.
5. Миноранский В.А., Тихонов А.В. Особо охраняемые природные территории Ростовской области и обоснование создания их системы для сохранения биоразнообразия. Ростов н/Д.: ЦВВР, 2002. 184 с.
6. Миноранский В.А., Даньков В.И., Малиновская Ю.В., Безуглова Е.А. Опыт восстановления биоресурсов в Кундрюченском охотхозяйстве Ростовской области // Биологические ресурсы: состояние, использование и охрана : материалы междунар. науч.-практ. конф. Киров: Вятская ГСХА, 2015. С. 122–125.
7. Коломейцев С.Г., Куликов В.В., Ломадзе Н.Х., Говорунов В.Н., Лебедева Н.В. Управление водоплавающими птицами в Ростовском государственном опытно-охотничьем хозяйстве // Тр. Ростовского гос. опытного охотничьего хоз-ва. Ростов н/Д.: Медиа-Полис, 2012. Вып. 2. 208 с.
8. Коломейцев С.Г., Белик В.П. Оценка роли современного менеджмента в формировании популяционной структуры диких копытных в условиях сильно

фрагментированных ландшафтов степного Придонья. // Тр. Ростовского гос. опытного охотничьего хоз-ва. Ростов н/Д.: Медиаграф, 2014. Вып. 4. 200 с.

References

1. Zozulin G.M. [Preserve the flora of the Don land]. *Priroda donskogo kraya* [Nature of the Don region]. Rostov-on-Don: Rost. knizhn. izd-vo, 1978, pp. 85-95.
2. Nechaev B.A. [To hunt, you have to care]. *Priroda donskogo kraya* [Nature of the Don region]. Rostov-on-Don: Rost. knizhn. izd-vo, 1978, pp. 171-182.
3. Belik V.P. [Avifauna Nizhněkundryuchensky sandy massif and its surroundings]. *Inventarizatsiya, monitoring i okhrana KOTR* [Inventory, monitoring and protection of key ornithological areas]. Moscow: SOPR, 1999, pp. 15-37.
4. Minoranskii V.A., Demina O.N. *Osobo okhranyaemye prirodnye territorii Rostovskoi oblasti* [Specially protected natural areas of the Rostov region]. Rostov-on-Don: TsVVR, 2002, 372 p.
5. Minoranskii V.A., Tikhonov A.V. *Osobo okhranyaemye prirodnye territorii Rostovskoi oblasti i obosnovanie sozdaniya ikh sistemy dlya sokhraneniya bioraznoobraziya* [Specially protected natural territories of the Rostov region and the rationale for the creation of a system for the preservation of biodiversity]. Rostov-on-Don: TsVVR, 2002, 184 p.
6. Minoranskii V.A., Dan'kov V.I., Malinovskaya Yu.V., Bezuglova E.A. [The experience of recovery of biological resources in Kundryuchenskiy hunting of the Rostov region]. *Biologicheskie resursy: sostoyanie, ispol'zovanie i okhrana* [Biological resources: status, use and protection]. Materials of International Scientific.-Pract. Conf. Kirov: Vyatskaya GSKhA, 2015, pp. 122-125.
7. Kolomeitsev S.G., Kulikov V.V., Lomadze N.Kh., Govorunov V.N., Lebedeva N.V. [Management of waterfowl in the Rostov state skilled hunting economy]. *Tr. Rostovskogo gos. opytnogo okhotnich'ego khoz-va* [Proceedings of Rostov state hunting households]. Rostov-on-Don: Media-Polis, 2012, iss. 2, 208 p.
8. Kolomeitsev S.G., Belik V.P. [Assessment of the role of modern management in the formation of the population structure of wild ungulates in highly fragmented landscapes of the steppe bottom]. *Tr. Rostovskogo gos. opytnogo okhotnich'ego khoz-va* [Proceedings of Rostov state hunting households]. Rostov-on-Don: Mediagraf, 2014, iss. 4, 200 p.

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-126-127

Международная конференция PHENMA-2018 (Пусан, Южная Корея, 9–11 августа 2018 г.)

International Conference PHENMA-2018 (Busan, Republic of Korea, August 9-11, 2018)

Серия ежегодных международных конференций, проводимых Южным федеральным университетом в странах Юго-Восточной Азии и ASEAN, продолжена в этом году во втором по величине городе Южной Кореи (Пусан). С 9 по 11 августа здесь состоялась очередная конференция Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA-2018) (<http://phenma2018.math.sfn.edu.ru>; <https://www.facebook.com/PHENMA2018>). Вместе с ЮФУ организаторами уже седьмой по счету проводимой с 2012 г. Конференции, выступили National Kaohsiung University of Science and Technology (Kaohsiung, Taiwan) и Korea Maritime and Ocean University (Busan, Republic of Korea).

Предыдущие конференции состоялись в г. Ростове-на-Дону (2012), на Тайване (2013), в Таиланде (2014), в г. Азове (2015., 100-летие Южного федерального университета), в Индонезии (2016) и Индии (2017 г.). Традиционно сопредседателями этой серии конференций являются главный научный сотрудник Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (ИММKN ЮФУ) д.т.н. И.А. Паринов и профессор Shun-Hsyung Chang (Тайвань). Третьим сопредседателем на этот раз стал профессор Yun-Hae Kim (Южная Корея). Непосредственно перед конференцией PHENMA-2018 профессор Yun-Hae Kim посетил Южный федеральный университет и Донской государственный технический университет (ДГТУ), где встретился с руководителями ВУЗов и обсудил возможные направления научно-технического сотрудничества и перспективные образовательные проекты.

Более 1000 участников PHENMA-2018 из 24 стран мира представили 395 тезисов докладов. Основными направлениями конференции, проводимой в форме очно-заочного участия, были процессы получения и применение новых материалов, физика, механика. Отдельно рассмотрены проблемы, связанные с промышленностью и экологией современных материалов, а также вопросы управления. Все доклады представлены в рамках пленарных, устных и стендовых

секций. Впервые в рамках конференции учеными из Японии, Индии и Тайваня был проведен Workshop on Nanomaterials and Advanced Composites. В прошедшем форуме приняли активное участие ученые, аспиранты и студенты практически всех естественных и технических подразделений ЮФУ, а также представители других ведущих университетов Ростовской области (ДГТУ, Ростовский государственный университет путей сообщений, Южно-Российский государственный технический университет), Южного научного центра РАН. Всего в работе конференции приняли участие ученые, преподаватели и учащиеся 39 российских вузов и организаций РАН. На нынешней конференции российская делегация состояла из 11 человек, 7 из которых – сотрудники и аспиранты Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича ЮФУ.

Один из трех пленарных докладов PHENMA-2018 сделан ведущим научным сотрудником ИММKN ЮФУ к.ф.-м.н. В.Е. Кайдашевым и посвящен разработке новой концепции фотодетекторов, изготавливаемых на основе наноструктур ZnO и предназначенных для обнаружения и исследования глубоких поверхностных акустических волн в ультрафиолетовом диапазоне. Он вызвал большой интерес участников конференции и был награжден специальным призом PHENMA-2018. Другой пленарный доклад связан с разработкой подводных технологий с использованием тайваньского исследовательского судна Polaris для крупномасштабной съемки морского дна и обнаружения потенциальных препятствий до начала строительства океанских ветряных электростанций (для обеспечения безопасности и защиты возможных археологических объектов, а также съемки подводных объектов кораблекрушений). Третий пленарный доклад посвящен инновационным технологиям, применяемым в инженерном образовании в странах Юго-Восточной Азии.

Руководитель российской делегации, сопредседатель конференции И.А. Паринов провел встречи с пре-

зидентами Vietnam Association for Science Editing, Council of Asian Science Editors, вице-президентом Vietnam Federation of Mechanical Engineering Associations (VFMEA), профессором Banh Tien Long и ректором индонезийского университета Universitas Maarif Hasyim Latif (УМАНА), председателем Ассоциации экспертов и лекторов Республики Индонезия (ADRI) профессором Achmad Fathoni Rodli. Обсуждались пути

дальнейшего сотрудничества в области как проведения последующих конференций PHENMA и совместных исследований, так и реализации возможностей обучения иностранных студентов в Южном федеральном университете. Отметим, что предыдущие конференции PHENMA уже позволили продолжить свое обучение в России и поступить в аспирантуру ЮФУ студентам из Индонезии и Тайваня.



Конференция прошла в прекрасной обстановке традиционного азиатского дружелюбия, сердечности, открытости, огромного желания сотрудничества и расширения существующих научно-образовательных связей. Корейская сторона приложила большие усилия, чтобы все участники смогли в максимальной степени представить на этой конференции свои результаты, найти новых друзей и сформировать конкурентоспособные команды для проведения новых совместных исследований. Доклады, представленные на PHENMA-2018, продемонстрировали существующий высокий уровень международного сотрудничества и обобщили результаты совместных российско-тайваньских, российско-индийских и российско-индонезийских исследований, проводимых в рамках грантов Российского фонда фундаментальных исследований и программ Министерства науки Российской Федерации. Для участников и гостей конференции была организована ознакомительная экскурсия на двухпалубное судно, предназначенное для обучения и тренировки студентов Korea Maritime and Ocean University. Подготовлена широкая культурная программа (https://www.youtube.com/watch?v=5_mbQkBne3Q; https://www.youtube.com/watch?v=1_-vKH41ZZ4).

Сборник тезисов докладов, опубликованный перед конференцией и представленный в электронном виде на веб-сайте PHENMA-2018

<http://phenma2018.math.sfedu.ru>, будет проиндексирован в РИНЦ. Полнотекстовые доклады будут опубликованы в 2019 г. в виде двух коллективных монографий издательств Springer и Nova Science Publishers, индексируемых в SCOPUS, а также в трех международных журналах: Material Physics and Mechanics, Applied Science и Modern Physics Letter B, индексируемых в Web of Science и SCOPUS (всего более 150 полнотекстовых докладов). Высокий уровень и интерес, проявляемый к докладам конференций PHENMA, легкая узнаваемость этих конференций в мире характеризуются хотя бы тем, что доклады предыдущих конференций PHENMA, опубликованные в Springer в 2014, 2016, 2017 и 2018 гг., входят в число ведущих 25 % электронных изданий этого издательства, скачанных пользователями наибольшее число раз.

Проведенная конференция сделала еще один шаг в развитии научно-технического и образовательного сотрудничества ЮФУ с партнерскими университетами и организациями Юго-Восточной Азии и стран ASEAN. Следующая конференция PHENMA-2019 состоится в начале ноября 2019 г. в Ханойском университете науки и технологии (г. Ханой, Вьетнам) под эгидой VFMEA и позволит сделать очередной шаг в быстроразвивающемся международном научно-образовательном сотрудничестве России и стран Азиатского континента.

И.А. Паринов,
сопредседатель PHENMA-2018,
доктор технических наук, ЮФУ

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

OUR PERSONS

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-128-129

Леонид Михайлович Zubov (75 лет со дня рождения)

Leonid Mikhailovich Zubov (To the 75th Anniversary)



1 сентября 2018 г. исполнилось 75 лет Леониду Михайловичу Zubову, выдающемуся российскому ученому-механику, одному из ведущих преподавателей Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета, профессору кафедры теории упругости.

Леонид Михайлович родился 1 сентября 1943 г. в г. Яренске Архангельской области в тяжелые военные годы. В 1966 г. он окончил физико-механический факультет, а в 1970 г. — аспирантуру Ленинградского политехнического института (ЛПИ). После успешной защиты в 1970 г. кандидатской диссертации на тему «Бифуркация равновесия нелинейного упругого тела», выполненной под руководством чл.-корр. АН СССР, проф. А.И. Лурье, Л.М. Zubov по приглашению И.И. Воровича переезжает в Ростов-на-Дону и начинает работать в НИИ

механики и прикладной математики и на кафедре теории упругости Ростовского государственного университета. В эти годы он успешно сочетает научную и педагогическую деятельность, готовит новые курсы по нелинейной теории упругости, механике сплошной среды, активно занимается научной работой. В 1986 г. он в Ленинграде защитил докторскую диссертацию на тему «Полуобратные и вариационные методы в нелинейной теории упругости»; в 1989 г. ему присуждено звание профессора.

Научные интересы Л.М. Zubova связаны с нелинейными проблемами теории упругости, моделями микрополярных сред, теорией устойчивости и теорией оболочек. В 70-е гг. XX в. он сформулировал новые вариационные принципы в нелинейной теории упругости, получившие международное признание; в зарубежной научной литературе в области механики часто употребляется «принцип Zubova». На основе активно развиваемого им полуобратного метода разработаны подходы к решению многих задач нелинейной теории упругости, создано новое научное направление — нелинейная теория дислокаций Вольтерра в упругих телах, получен ряд новых фундаментальных результатов в области континуальной теории дислокаций и дисклинаций, нелинейной теории оболочек, в теории устойчивости.

Его научные и педагогические заслуги оценены научным сообществом. Л.М. Zubov — член Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, чл.-корр. МАН ВШ, соросовский профессор.

Л.М. Zubov является одним из активно работающих ведущих российских ученых в области механики деформируемого твердого тела. Он опубликовал более 350 научных работ, в том числе пять монографий; подготовил двух докторов и 22 кандидата наук. Он успешно руководил научными проектами по грантам ISF, РФФИ, участвует в выполне-

нии проектов Минобразования и РФФИ, принимает активное участие в подготовке кадров высшей квалификации, являясь членом диссертационного совета Д 212.208.06 Южного федерального университета.

Л.М. Зубов – один из опытнейших лекторов Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета. Им разработаны оригинальные курсы для студентов и аспирантов по механике сплошных сред, нелинейным задачам теории упру-

гости и пластичности, моделям ориентированных сред, моделям стенок кровеносных сосудов, учебник по тензорному анализу.

Л.М. Зубов пользуется заслуженным уважением сотрудников и студентов мехмата ЮФУ, российского и мирового научного сообщества.

Поздравляя Леонида Михайловича с юбилеем, от имени всех коллег и учеников мы от всей души желаем ему доброго здоровья, благополучия, дальнейших творческих успехов в механике, талантливых учеников и учениц!

*А.О. Ватulyян, доктор физико-математических наук, профессор,
Южный федеральный университет*

*М.И. Карякин, доктор физико-математических наук, доцент,
Южный федеральный университет*

***Коллектив редакции и редколлегия серии «Естественные науки» нашего журнала
сердечно поздравляют своего автора, рецензента, члена редколлегии и желают ему
крепкого здоровья и творческого долголетия!***

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

MEMORY OF A SCIENTIST

DOI 10.23683/0321-3005-2018-3-130-132

А.В. МАНЖИРОВ (1957–2018)



3 сентября 2018 г. ушел из жизни известный российский механик и математик, доктор физико-математических наук, профессор, иностранный член НАН Армении Александр Владимирович Манжиров.

А.В. Манжиров родился 24 мая 1957 г. в г. Ростове-на-Дону, где прошли его школьные и студенческие годы. Окончил с отличием школу № 14 с преподаванием ряда предметов на английском языке, в 1974 г. поступил на отделение механики механико-математического факультета Ростовского государственного университета, где специализировался на кафедре теории упругости.

Научной работой А.В. Манжирова в области механики связанных полей руководил заведующий кафедрой теории упругости чл.-корр. АН СССР И.И. Ворович. Под влиянием руководителя и коллектива кафедры теории упругости формировалось

научное и гражданское мировоззрение А.В. Манжирова, закладывались основы будущих научных достижений. В 1979 г. А.В. Манжиров с отличием защищает дипломную работу на английском языке, оканчивает мехмат Ростовского государственного университета, получив квалификацию «механик».

Дальнейшая жизнь Александра Владимировича связана с Москвой. По рекомендации И.И. Воровича осенью 1979 г. А.В. Манжиров приехал в Москву и поступил в аспирантуру к академику АН АрмССР, выдающемуся ученому и государственному деятелю СССР Н.Х. Арутюняну по специальности 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела» на кафедру сопротивления материалов Московского инженерно-строительного института им. В.В. Куйбышева (МИСИ). С 1979 г. он аспирант МИСИ, однако фактически все научные исследования в этот период выполнены в лаборатории Института проблем механики АН СССР. Именно в эти годы А.В. Манжиров окончательно сформировался как ученый, ведущий специалист в области контактного взаимодействия, теории ползучести и механики растущих тел. Решающую роль в этом становлении сыграли его научный руководитель Н.Х. Арутюнян и В.М. Александров, незадолго до этого перебравшийся в Москву из Ростова-на-Дону.

В апреле 1983 г. А.В. Манжиров поступил на работу в Институт проблем механики АН СССР и начал здесь свою научную деятельность – сначала в должности инженера лаборатории механики вязкоупругих тел, затем – младшего научного сотрудника. В ноябре 1983 г. А.В. Манжиров успешно защитил диссертационную работу «Исследование напряженно-деформированного состояния неоднородно вязкоупругих тел при их взаимодействии с концентраторами и жесткими штампами» и стал кандидатом физико-математических наук.

Активная и плодотворная научная работа в последующее десятилетие, весьма трудное для нашей страны, позволила А.В. Манжирову подготовить и защитить в октябре 1993 г. в диссертационном совете при Институте проблем механики РАН докторскую диссертацию «Контактные задачи теории вязкоупругости наращиваемых тел». Эта докторская диссертационная работа была отмечена в «Бюллетене ВАК» как одна из лучших диссертаций 1993 г. по механике.

Продолжая активную научную работу, в 1995 г. А.В. Манжиров стал ведущим научным сотрудником, с 2004 г. занял должность заведующего лабораторией моделирования в механике деформируемого твердого тела, а в сентябре 2015 г. он был назначен на должность заместителя директора ИПМех РАН по научной работе.

Спектр научных интересов А.В. Манжирова был весьма широк. Он занимался исследованиями в области фундаментальных вопросов механики деформируемого твердого тела, механики контактных взаимодействий и трибологии, механики растущих тел и технологических задач аддитивного изготовления, моделирования механики технологических процессов, прикладной математики и математического моделирования, биомеханики, математической физики, интегральных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных и их приложений. Использование математического аппарата интегральных уравнений, который применялся им для решения краевых задач, стимулировало А.В. Манжирова заняться с середины 90-х гг. развитием чисто математических проблем теории интегральных уравнений, которые часто находят свое приложение во многих разделах механики сплошных сред и математической физики (в теории упругости, теории пластичности, теории тепломассопереноса, гидромеханике, электродинамике и акустике). Результаты научных исследований опубликованы им более чем в 250 научных работах, 16 книгах, изданных на русском, английском и немецком языках, 4 учебных пособиях.

А.В. Манжирову удавалось совмещать плодотворную научную работу с активной преподавательской деятельностью. С 1994 г. он работал в должности профессора кафедры высшей математики Московского государственного университета приборостроения и информатики; с 1997 г. – прикладной математики МГТУ им. Н.Э. Баумана; в 2002 г. стал заведующим созданным им филиалом указанной кафедры в Институте проблем механики РАН; с 2014 г. занимал должность профессора кафедры высшей математики Национального исследовательского ядерного университета (МИФИ). Высочайшая математическая эрудиция позволяла

ему в разные годы читать курсы по аналитической геометрии, высшей алгебре, математическому анализу, дифференциальным уравнениям, теории вероятностей и математической статистике, теории массового обслуживания, уравнениям математической физики. Им подготовлены современные оригинальные спецкурсы по теории ползучести неоднородных тел, механике растущих тел, неклассическим задачам механики деформируемого твердого тела, механике конструкционных материалов, интегральным уравнениям.

А.В. Манжиров был лауреатом первого конкурса (2001 г.) Фонда содействия отечественной науке. Ему была присуждена Государственная научная стипендия для выдающихся ученых России (1997–2003 гг.). Благодаря его трудам механика растущих тел как новое научное направление получила международное признание. В 2015 г. в Москве, в Институте проблем механики РАН, состоялся симпозиум IUTAM по механике растущих тел. В этом же году Российский фонд фундаментальных исследований наградил А.В. Манжирова своим дипломом за большой вклад в развитие науки и многолетнюю плодотворную работу по поддержке фундаментальных научных исследований. Незадолго до его скоропостижной кончины в Москве, в августе 2018 г. был проведен еще один симпозиум IUTAM, среди организаторов которого ведущая роль принадлежала А.В. Манжирову.

А.В. Манжиров был членом редколлегии ряда научных журналов: «Известия Российской академии наук. Механика твердого тела», «Вычислительная механика сплошных сред», «Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия “Математика. Механика. Информатика”», «Известия НАН Армении. Механика», «Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния», «Математическое моделирование и численные методы», «Вестник Самарского государственного технического университета. Физико-математические науки».

С 1999 г. А.В. Манжиров являлся членом экспертного совета по математике и механике ВАК Минобрнауки РФ; более 10 лет он был заместителем председателя совета и курировал направление «механика». С 2000 г. он являлся ученым секретарем, а с 2006 г. – заместителем председателя научного совета РАН по механике деформируемого твердого тела и успешно координировал организацию сессий, конференций и семинаров. За время его работы в совете им были организованы более 50 международных и всероссийских конференций и семинаров. Он был членом Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, Американского общества инженеров-

механиков (ASME), Американского математического общества (AMS), Международной ассоциации по прикладной математике и механике (GAMM), Международной ассоциации инженеров (IAENG), Европейского общества по механике (EUROMECH).

Ученый А.В. Манжиров известен и далеко за пределами нашей страны. Он поддерживал тесные научные контакты, проводил совместные исследования с учеными Индии, Армении, ЮАР, Польши.

Весомый вклад А.В. Манжирова в механику деформируемого твердого тела и прикладную математику признан международной научной общественностью. В 2014 г. он был избран иностранным членом Национальной академии наук Республики Ар-

мении, а в 2017 г. – действительным членом Международной инженерной академии.

Отметим, что Александр Владимирович очень трепетно относился к своей научной колыбели, которой была кафедра теории упругости РГУ. Он всегда приезжал на научные конференции, проводимые механиками Ростова-на-Дону, входил в состав оргкомитетов, помогал в решении трудных научных и житейских проблем.

Мы помним его внимательное и доброжелательное отношение к ученикам и коллегам, его эрудицию и принципиальность в вопросах научной этики. Память об этом человеке будет жить в его трудах, в исследованиях его учеников, в наших сердцах.

- А.О. Ватulyян,** доктор физико-математических наук, профессор,
Южный федеральный университет
Ю.Н. Радаев, доктор физико-математических наук, профессор,
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
М.И. Карякин, доктор физико-математических наук, доцент,
Южный федеральный университет
А.В. Наседкин, доктор физико-математических наук, профессор,
Южный федеральный университет
М.А. Сумбатян, доктор физико-математических наук, профессор,
Южный федеральный университет

**НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЖУРНАЛ
«ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»**

Рецензируемый журнал «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» продолжает приём работ. Он имеет статус центрального издания и включён в перечень ВАК по следующим отраслям:

- физико-математические науки (математика, механика);
- науки о Земле.

Принимаются работы и по другим отраслям науки. Также печатаются материалы в разделах «Заметки о книгах»; «Научная жизнь»; «Штрихи к портрету».

Журнал издается с периодичностью 4 номера в год. С электронной версией можно ознакомиться на сайте Научной электронной библиотеки http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7362. Опубликованные статьи индексируются в российских и международных электронных библиотеках и наукометрических базах данных: РИНЦ (RSCI), РУКОНТ, «Киберленинка», ЭБС «Университетская библиотека онлайн», Ulrich, EBSCO, Chemical Abstracts.

Авторы, сохраняя за собой авторские права на работу и передавая журналу «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» право первой публикации, автоматически принимают на себя обязательство не печатать её ни полностью, ни частично в каком-либо издании без указания ссылки на оригинальную публикацию в этом журнале.

Издательские услуги оплачиваются организацией или автором после утверждения статьи на редколлегии.

Оформление работ осуществляется согласно правилам:

1. Представляется статья в электронном виде. После заголовка указать индекс УДК.
2. Текст должен быть набран в редакторе MicroSoft Office Word 2000, 2003, 2007, 2010 через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, размером 14 пт, страницы пронумерованы.
3. Сопроводительное или рекомендательное письмо, если статья представляется от организации. Экспертное заключение.
4. Полное название организации и ее адрес на русском и английском языках.
5. Сведения об авторах с указанием адреса, по которому будет вестись переписка, на русском и английском языках.
6. Название статьи и фамилии авторов на русском и английском языках.
7. Аннотация на русском и английском языках (1000–1500 знаков / 150–200 слов).
8. Ключевые слова на русском и английском языках (8–10 слов).

Журнал распространяется по подписке – через ОАО «Роспечать». Подписной индекс – 70415 (подписка на полугодие). В неподписной период отдельные номера журнала за нынешний и прошлые годы можно приобрести в редакции.

Адрес для переписки: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, ЮФУ, редакция журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки».

Тел./факс главной редакции (863) 218-40-00 добавочный 11-093, 11-094.

E-mail: izvestiya@sfedu.ru

Адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru

ISSN 0321-3005. DOI 10.23683/0321-3005-2018-3. Известия высших учебных заведений.

Северо-Кавказский регион. Естественные науки.

2018. № 3